



# M2

# Travaux dirigés de Physique Nucléaire

**Année 2014-2015**

**Arnaud LE PADELLEC**

[alepadellec@irap.omp.eu](mailto:alepadellec@irap.omp.eu)

## **P r é s e n t a t i o n**

Ce fascicule regroupe sept exercices types de la physique nucléaire traitée dans le cadre du cours et dont trois seront explicitement abordés en Travaux Dirigés cette année. Un travail personnel soutenu est demandé aux étudiants.

**Exercice 1 : modèle en couches des noyaux (Travail personnel maison)**

Il n'existe pas pour les nucléons d'un noyau l'analogie du centre attractif qui agit sur les électrons d'un atome. Dans le modèle en couches des noyaux, ou modèle à particule indépendante, on admet que les nucléons du noyau se déplacent indépendamment les uns des autres dans un potentiel commun qui est supposé être le même pour les neutrons et les protons – indépendance de charge des forces nucléaires- sauf pour la partie coulombienne qui n'agit que sur les protons. La forme exacte de ce potentiel n'est pas connue, mais nous le soupçonnons d'être à peu près à symétrie sphérique, fonction régulière de  $r$  et de décroître rapidement près de la surface du noyau. Ainsi nous pourrions utiliser les potentiels suivants :

- puits carré sphérique de profondeur finie  $V(r) = -V_0$  pour  $r < r_0$  et  $V(r) = 0$  pour  $r > r_0$ ,  $V_0$  étant positif et  $r_0$  désignant le rayon du noyau,
- puits parabolique  $V(r) = -V_0 \left\{ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right\}$  pour  $r < r_0$  et  $V(r) = 0$  pour  $r > r_0$ ,
- puits à margelle exponentielle  $V(r) = -V_0$  pour  $r < r_0$  et  $V(r) = -V_0 \exp\left(-\frac{r-r_0}{a}\right)$  pour  $r > r_0$ ,  
 $a$  étant une constante positive ayant la dimension d'une longueur.

Cependant ces potentiels – qui correspondent grossièrement à la réalité- conduisent à des calculs complexes et dans ce problème, nous proposons l'étude d'un potentiel qui représente certainement moins bien la réalité mais qui permet néanmoins de jeter quelques lueurs sur le modèle en couches, tout en conduisant à des calculs plus simples. Ce potentiel est le potentiel de l'oscillateur harmonique isotrope,  $V(r) = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$ , pour tout  $r$ , avec  $m$  la masse d'un nucléon et  $\omega$  la pulsation classique du mouvement.

1. En utilisant les coordonnées sphériques  $(r, \theta, \varphi)$  pour définir la position du nucléon, montrer que l'équation de Schrödinger relative aux états stationnaires d'énergie admet des solutions de la forme  $\Psi(\vec{r}) = R(r)Y_l^m(\theta, \varphi) = \frac{u(r)}{r} Y_l^m(\theta, \varphi)$ ,  $Y_l^m$  désignant les harmoniques sphériques. A quelle équation radiale modifiée satisfait  $u(r)$  ? Effectuer le changement de variable  $x = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} r$  dans cette équation, et poser  $\varepsilon = \frac{E}{\hbar\omega}$ ,  $E$  désignant les valeurs propres de l'énergie. Quelles conditions physiques faut-il imposer à la fonction  $u(x)$  ?
2. On recherche pour l'équation radiale modifiée des solutions de la forme  $u(x) = \exp(-x^2/2)K(x)$ . A quelle équation satisfait  $K(x)$  et quelles sont les conditions à imposer à cette fonction ?
3. Utilisant la méthode polynomiale, on recherche des solutions  $K(x)$  de la forme  $K(x) = x^s \sum_{\gamma=0}^{\infty} a_{\gamma} x^{\gamma}$ , avec  $a_0 \neq 0$ ,  $\gamma$  et  $s$  des entiers.
  - a. Montrer que  $s$  doit être nécessairement égal ou supérieur à 1.
  - b.  $l$  étant le nombre quantique qui caractérise le moment cinétique orbital du nucléon, montrer que la solution que la solution s'écrit  $K(x) = x^{l+1} (a_0 + a_2 x^2 + \dots + a_{2p} x^{2p} + \dots)$ .
  - c. Montrer que cette solution mathématique n'a de sens physique que si la série entière s'arrête à un certain degré, c'est-à-dire si elle se ramène à un polynôme. Utiliser alors

cette condition pour obtenir les valeurs propres de l'énergie du nucléon, et donner, en fonction des variables  $(r, \theta, \varphi)$  l'expression générale des fonctions d'ondes correspondantes.

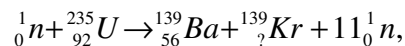
- On désigne par  $n$  le nombre quantique qui caractérise l'énergie du nucléon  $-n$  nombre quantique principal- et par  $\nu - 1$  le nombre de nœud de la fonction radiale  $-\nu$  nombre quantique radial-. Donner l'expression de  $n$  en fonction de  $l$  et de  $\nu$ . Quelles sont les valeurs possibles pour  $n$  ? Nota bene : lorsque pour une certaine valeur de  $r$  la fonction radiale  $R(r)$  s'annule et change de signe, on dit que  $R(r)$  possède un nœud. On admettra dans notre problème que tous les zéros de la fonction radiale correspondent à des valeurs réelles de  $r$ .
- On s'intéresse à une catégorie donnée de nucléons –neutrons ou protons- et on utilise la nomenclature  $\nu l^j$  pour définir l'état d'un nucléon,  $j$  étant le nombre quantique qui caractérise le moment cinétique total du nucléon. Etudier la dégénérescence des valeurs propres de l'énergie, et compte tenu du principe d'exclusion de Pauli, établir la relation qui donne le nombre de nucléons d'une même espèce ayant une énergie caractérisée par le nombre  $n$ . Tracer un diagramme énergétique représentant la dégénérescence. Nota bene : dans la nomenclature  $\nu l^j$  la valeur de  $l$  est remplacée par le symbole correspondant dans la notation spectroscopique :

$l$	0	1	2	3	4	5	...
Symbole	$s$	$p$	$d$	$f$	$g$	$h$	...

Exemple : état  $2d^{1/2}$   $\nu = 2, l = 2, j = 1/2$

## **Exercice 2 : Fission et énergie nucléaire** (Travail personnel maison)

Une centrale nucléaire d'une puissance efficace de 920 MW reçoit une puissance thermique de 2785 MW. L'énergie thermique est produite par un réacteur dans lequel se produit une réaction nucléaire dont le combustible est de l'uranium 235, la réaction ayant lieu est :



avec Ba, noyau de baryum, et Kr, noyau de krypton.

- Quel type de réaction nucléaire a eu lieu dans le réacteur de la centrale ?
- Pourquoi cette réaction est-elle une réaction en chaîne ?
- Comment fait-on pour contrôler cette réaction ?
- Vérifier la règle de conservation des nombres de masses  $A$  et appliquer la règle de conservation des numéros atomiques  $Z$  afin de déterminer celui du krypton.
- Le réacteur de cette centrale permet de convertir une forme d'énergie en une autre, quelles sont-elles ?
- L'énergie thermique est communiquée à un fluide qui la transmet à un circuit secondaire. Celui-ci génère de la vapeur d'eau. Celle-ci fait tourner une turbine couplée à un alternateur. Ce couple turbine/alternateur est un convertisseur d'énergie. Quelles sont les formes d'énergie avant et après ce convertisseur ?
- Le rendement de cette centrale est le rapport de la puissance restituée par la centrale (puissance efficace) sur la puissance thermique communiquée par le réacteur. Quel est ce rendement (en %) ?

### **Exercice 3 : détection des neutrons lents et thermiques**

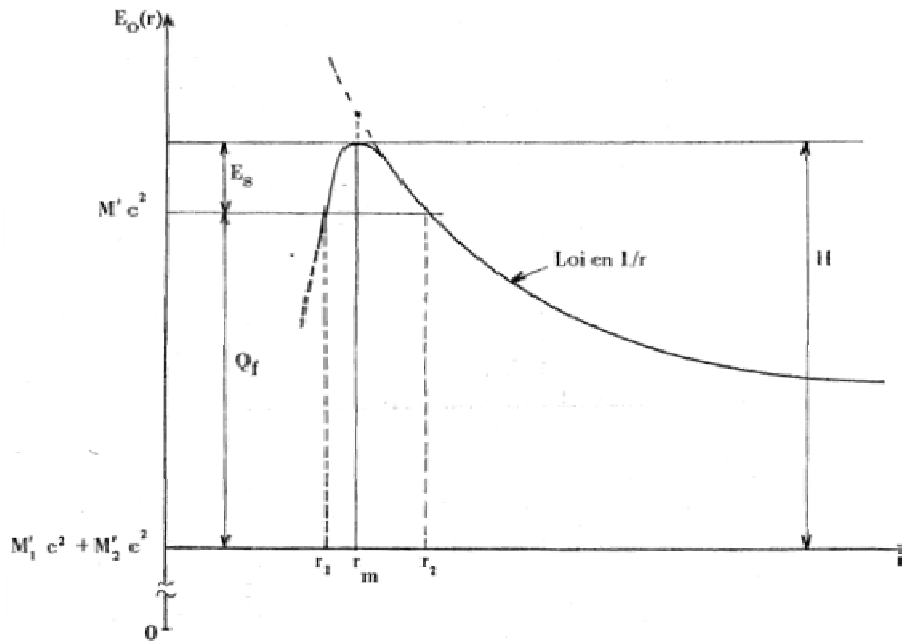
Un compteur proportionnel à géométrie cylindrique est utilisé pour détecter des neutrons lents et thermiques. Ce compteur est rempli de trifluorure de Bore  $BF_3$  gazeux, sous une pression de 20 cm de Hg mesurée à 20°C. Le Bore naturel est constitué d'un mélange isotopique  $^{10}B$  de 18,4 % et  $^{11}B$  de 81,6 %, les pourcentages de rapportant aux nombres d'atomes. Le Bore utilisé dans le compteur est enrichi à 95 % en  $^{10}B$ . Les neutrons sont détectés par l'intermédiaire de la réaction  $(n, \alpha)$  sur le  $^{10}B$ , les noyaux de  $^{11}B$  et de Fluor ne donnant pas de réactions avec de tels neutrons.

1. Sachant que la section efficace de la réaction  $(n, \alpha)$  sur le  $^{10}B$  varie en  $1/v$ ,  $v$  vitesse des neutrons dans un domaine d'énergie allant d'environ zéro à  $10^3$  eV et que la section efficace ramenée à un atome de Bore naturel vaut 117 barns pour des neutrons d'énergie cinétique de 1 eV, calculer la section efficace de la réaction  $(n, \alpha)$  sur le  $^{10}B$  pour des neutrons de 10 eV.
2. Un faisceau parallèle de neutrons monocinétiques d'énergie 10 eV traverse le compteur parallèlement à son axe. Calculer l'efficacité de détection du compteur pour les neutrons du faisceau, celle-ci étant définie comme la probabilité qu'un neutron de donner une réaction dans le compteur. La longueur sensible de ce dernier est  $L = 10$  cm.
3. Le noyau résiduel de la réaction  $(n, \alpha)$  sur le  $^{10}B$  peut être produit, soit dans son état fondamental, soit dans un état excité à 0,48 MeV au dessus de ce fondamental. Déterminer dans les deux cas l'énergie cinétique totale des produits de la réaction ainsi que la hauteur de l'impulsion électrique recueillie sur l'anode du compteur en supposant que toute l'énergie cinétique libérée sert à ioniser le gaz du compteur. On donne  $W = 30$  eV l'énergie moyenne d'ionisation du gaz du compteur,  $C = 20$  pF la capacité totale du compteur et de ses connexions,  $A = 50$  le coefficient d'amplification gazeuse du compteur. Comment peut-on obtenir le rapport de branchement entre l'état fondamental et l'état excité dans la réaction précédente à partir des impulsions délivrées par le compteur ?
4. On suppose maintenant que le faisceau parallèle qui traverse le compteur suivant son axe renferme des neutrons de différentes énergies correspondant à un domaine de vitesses lequel la loi en  $1/v$  s'applique pour la section efficace. Montrer que le taux de comptage  $R$ - nombre d'impulsions délivrées par le compteur par unité de temps- est proportionnel à la densité neutronique  $n$  du faisceau- nombre total de neutrons qu'il contient par unité de volume-. On négligera l'atténuation du faisceau lors de sa traversée dans le compteur. AN : donner la valeur numérique de la constante de proportionnalité reliant  $R$  à  $n$ , sachant que le faisceau a une section droite  $S = 1$  cm<sup>2</sup>, inférieure à la section droite du compteur.
5. Restant dans les conditions de la quatrième question, on définit la sensibilité  $s$  du compteur comme étant égale au nombre d'impulsions obtenues par seconde et par unité de flux neutronique incident. Sachant que la vitesse moyenne des neutrons du faisceau est  $\bar{v} = 2480$  ms<sup>-1</sup>, donner la valeur numérique de  $s$ . Données numériques relatives aux masses atomiques:  $^1_0n = 1,008665u$ ,  $^4_2He = 4,002603u$ ,  $^7_3Li = 7,016004u$ ,  $^{10}_5B = 10,012839u$ , avec l'équivalent énergétique de l'unité  $u$  égal à 931,48 MeV.

### **Exercice 4 : processus de fission**

Pour des énergies seuil de fission instantanée  $E_s$  relativement faible, la barrière de potentiel de potentiel de  $V(r)$  entre les abscisses  $r_1$  et  $r_2$  de la figure ci-dessous, peut être approximée par une

$$\text{parabole } V(r) = H - \frac{1}{2}K(r - r_m)^2.$$



1. En écrivant que pour  $r_1$  et  $r_2$ , on a  $V(r) = Q_f$ ,  $Q_f$  représentant le bilan énergétique du processus, établir l'expression de l'épaisseur  $b = r_2 - r_1$  de la barrière en fonction de  $E_s$  et de la constante  $K$ .
2. En effectuant les changements de variable  $x = r - r_m$  et  $x = b/2 \sin \varphi$ , montrer que le facteur de Gamow  $G = \frac{2}{\hbar} \sqrt{2M} \int_{r_1}^{r_2} [V(r) - Q_f]^{1/2} dr$  avec  $M$  la masse réduite des fragments de fission et  $\hbar$  la constante de Planck réduite, peut se mettre sous la forme  $G = \frac{b}{2} \frac{\pi}{\hbar} \sqrt{2ME_s}$ .
3. Calculer numériquement la transparence  $P = \exp(-G)$  de la barrière pour  $^{238}\text{U}$  en prenant  $E_s = 5,8 \text{ MeV}$ ,  $M c^2 \approx 60 \times 931,5 \text{ MeV}$  et  $b = 15 \text{ fm}$ . On donne  $\hbar c = 197,3 \text{ MeV fm}$ .
4. Sachant que le période partielle de fission spontanée de  $^{238}\text{U}$  est voisine de  $6 \times 10^{15}$  secondes, déterminer l'ordre de grandeur du nombre de chocs que les fragments de fission effectuent par seconde contre la barrière en  $r = r_1$ .

**Exercice 5 : distribution de charges (Travail personnel maison)**

La charge la plus probable  $Z_p$  associée à un fragment de nombre de masse  $A$  se situe généralement entre les deux valeurs extrêmes obtenues par application des deux règles empiriques suivantes :

- Règle 'UCD' pour 'Unchanged Charge Distribution' : la charge la plus probable est telle que le rapport  $Z/A$  soit le même pour les fragments et pour le noyau initial.
- Règle 'ECD' pour 'Equal Charge Displacement' : la charge la plus probable est telle que la différence entre  $Z_p$  et la charge de l'isobare le plus stable correspondant au nombre de masse  $A$  soit la même pour les deux fragments.

En appliquant successivement ces deux règles, déterminer les valeurs extrêmes des charges les plus probables des fragments léger et lourd dans le cas de la fission  $^{236}\text{U}$  selon  $A_1 = 97$  et  $A_L = 139$  sachant que les noyaux stables qui correspondent à  $A_1 = 97$  et  $A_L = 139$  sont respectivement  $_{42}\text{Mo}$  et  $_{57}\text{La}$ .

**Exercice 6 : Energie libérée par un noyau composé (Travail personnel maison)**

On se propose de calculer la différence d'énergie totale libérée par le noyau composé  ${}^{240}_{94}\text{Pu}$ , selon que celui-ci fissionne de façon symétrique ou en donnant les fragments  ${}^{108}_{43}\text{Pd}$  et  ${}^{132}_{51}\text{Xe}$ .

1. Exprimer cette différence d'énergie en fonction des excès de masse  ${}^{120}_{47}\delta$ ,  ${}^{108}_{43}\delta$  et  ${}^{132}_{51}\delta$ .
2. Calculer cette différence à l'aide de la formule semi-empirique de masse élaborée par Wing et Fong. Cette dernière a pour expression :

$${}^A_Z\delta = (0,0089794A^2 - 2,0717A + 33,448) + \frac{1}{2} \left( 3,258 - \frac{60,22}{A^{1/2}} + \frac{431,6}{A} \right) (Z - Z_A)^2 - S(N, Z) + \frac{11,51}{A^{1/2}} \delta.$$

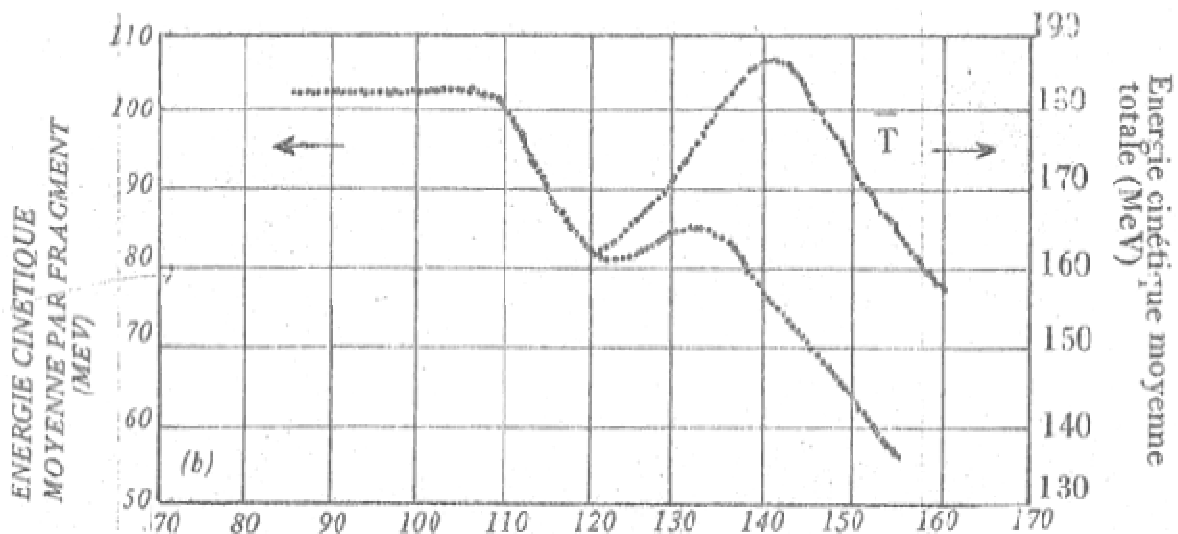
$Z_A$ ,  $\delta$  et  $S(N, Z)$  sont donnés par  $Z_A = \frac{A + 0,003A^2}{2 + 0,01A}$ ,  $\delta = 0, \pm 1$  (terme de parité : noyau pair-impair, impair-impair, et pair-pair),

$$S(N, Z) = \sum_i \frac{a_i b_{i\pm}^2}{(N - N_i^*)^2 + b_{i\pm}^2} + \sum_j \frac{a_j b_{j\pm}^2}{(Z - Z_j^*)^2 + b_{j\pm}^2},$$

pour lequel N et Z désignent respectivement les nombres de neutrons et de protons dans le noyau considéré,  $N_i^*$  et  $Z_j^*$  les différents nombres magiques,  $a_i$ ,  $b_{i+}$ ,  $b_{i-}$ ,  $a_j$ ,  $b_{j+}$  et  $b_{j-}$  des constantes dont les valeurs sont données dans le tableau ci-dessous.

$N_i^*$	$a_i$	$b_{i+}$ $(N - N_i^*) \geq 0$	$b_{i-}$ $(N - N_i^*) \leq 0$	$Z_j^*$	$a_j$	$b_{j+}$ $(Z - Z_j^*) \geq 0$	$b_{j-}$ $(Z - Z_j^*) \leq 0$
2	3.49	4.04	1.44	2	3.07	2.27	2.77
8	5.99	5.96	2.88	8	2.74	4.31	3.10
20	5.75	2.49	5.32	20	4.22	1.51	2.35
28	7.76	2.90	5.36				
50	5.02	6.88	5.29				

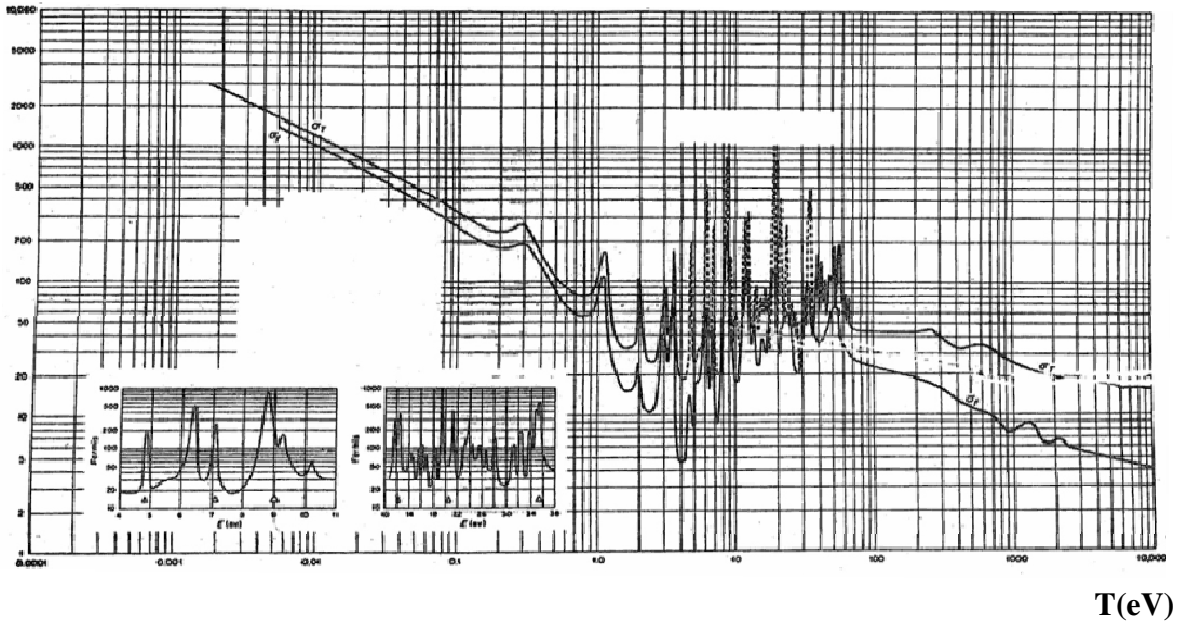
3. Comparer le résultat obtenu à la différence d'énergie cinétique correspondante en utilisant les données de la figure ci-dessous. Conclusion.



**Exercice 7 : résonance**

On s'intéresse à la première résonance observée ci-dessous à  $T_n = 0,29$  eV.

Barns



1. Calculer l'énergie de l'état excité responsable de cette résonance. A quel noyau appartient-il ? Quelles sont les valeurs possibles pour le spin et la parité de cet état ? Masses atomiques utiles :  ${}^1_0n = 1,008665u$ ,  ${}^{235}_{92}U = 235,043930u$ ,  ${}^{236}_{92}U = 236,045568u$ , avec l'unité  $u$  égal à  $931,48$  MeV.
2. En utilisant les largeurs partielles données pour cette résonance soient  $\Gamma_n = 3 \times 10^{-6}$  eV,  $\Gamma_\gamma = 0,035$  eV et  $\Gamma_f = 0,1$  eV et à l'aide de la formule de Breit et Wigner, calculer – au maximum de la résonance- la valeur de la section efficace totale  $\sigma_T$  d'interaction ainsi que la section efficace de fission  $\sigma_f$ . Nota bene : le noyau  ${}^{235}U$  dans l'état fondamental a pour spin – parité  $(7/2)^-$  ; pour l'application numérique, prendre un facteur statistique  $g$  égal à la moyenne des valeurs possibles.
3. Montrer que le désaccord entre les valeurs  $\sigma_T$  et  $\sigma_f$  obtenues et celle de la figure n'est qu'apparent.