UNIVERSITE PAUL SABATIER TOULOUSE III

STME : mention PHYSIQUE
M1 Parcours Sciences Physiques et Chimiques
2M8PC1M / Ondes et vibrations

année 2006/2007

ONDES ET VIBRATIONS

Examen Septembre 2007

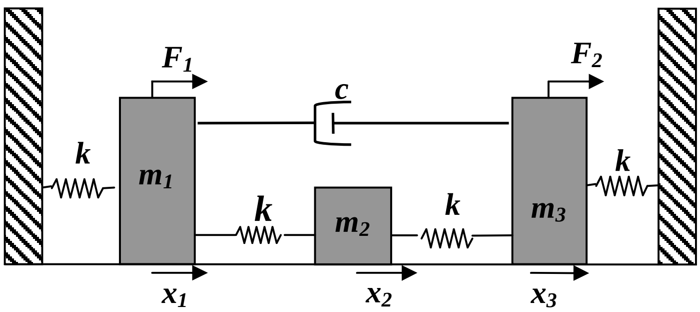
Tout document est interdit – Durée 2 heures

I. a) Ecrire l'energie cinétique, potentielle et dissipative du système de la figure 1, et en déduire la fonction de Lagrange.

b) A l'aide des équations de Lagrange, établir les équations de mouvement du système de la figure 1, sachant que x_1, x_2, et x_3 désignent les déplacements des masses m_1, m_2, m_3 hors de leurs positions d'équilibre et F_1, F_2 les forces extérieures appliquées.

c) Dans le cas spécial où $F_1 = F_2 = 0$, $m_1, m_2, m_3 = m$ et $c = 0$, calculer les fréquences propres du système.

Figure 1



II. On considère un pendule de masse m amorti, décrit par la figure II-1 (voir page suivante). La tige rigide de longueur l et le système d'amortissement sont de masse nulle. A une distance a de l'axe de rotation O est fixé une tige horizontale qui comprend l'amortisseur c (voir figure II-1). On suppose que la tige reste horizontale pendant le mouvement.

a) En considérant l'angle ϕ comme une coordonnée généralisée, donner l'expression de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle et de l'énergie dissipative . Donner la fonction de Lagrange pour ce système.

(**TSVP.)**

b) Avec les équations de Lagrange, déterminer l'équation du mouvement du pendule (en incluant l'amortissement)

c) Dans l'approximation des petits angles, déterminer la fréquence propre ainsi que l'amortissement relatif η en fonction de a,l,m,c et g.

d) Pour quelle valeur de a le système est-il au point critique ? On appelera cette valeur a_c .

e) Pour $a < a_c$, de quel type d'amortissement s'agit-il ? Avec des conditions initiales $\phi(t=0)=\phi_0$, $\dot{\phi}(t=0)=0$, donner l'allure de la trajectoire dans l'espace de phases $(\phi,\dot{\phi})$.

f) Pour la suite, on remplace l'amortisseur par un ressort de raideur k, attaché à un deuxième pendule identique au premier (Fig. II-2). Soient ϕ_1 et ϕ_2 les petits angles des deux pendules avec la verticale. Les frottements sont négligés.
A l'aide des équations de Lagrange, établir les équations de mouvements des deux pendules ainsi que les pulsations propres du système couplé. Sans calcul, décrire les mouvements des deux masses, correspondant aux pulsations propres.

Figure II-1:

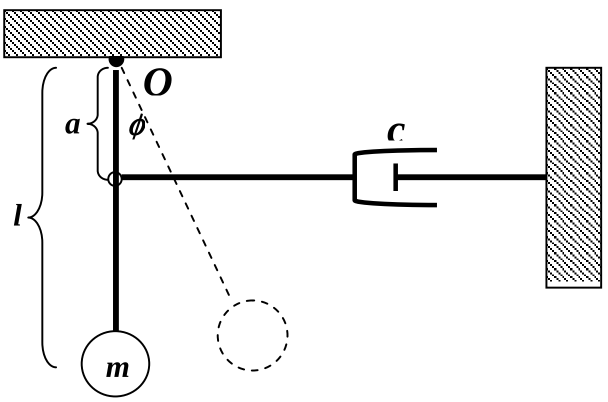


Figure II-2 (pour ex. II f)