UNIVERSITE PAUL SABATIER TOULOUSE III

STME : mention PHYSIQUE
M1 Parcours Sciences Physiques et Chimiques
2M8PC1M / Ondes et vibrations

année 2005/2006

ONDES ET VIBRATIONS

Examen du 7 septembre 2006

Tout document interdit – Durée 2 heures

I. a) Caractériser la dynamique de systèmes conservatifs et dissipatifs à l'aide de leur trajectoire dans l'espace de phases.

b) Donner un exemple d'oscillations non-linéaires et définir la notion de non-linéarité.

II. A l'aide des équations de Lagrange, établir les équations de mouvement du système représenté Fig.1, sachant que x_1, x_2, *et* x_3 désignent les déplacements des masses m_1, m_2, m_3 hors de leurs positions d'équilibre, et F_1, F_2 et F_3 les forces extérieures appliquées.

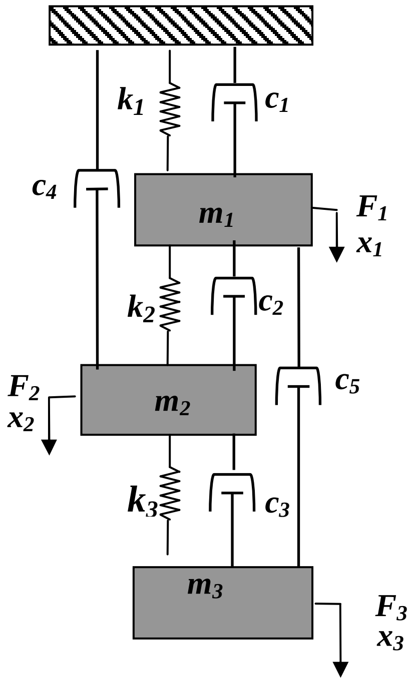

Fig.1

III. a) L'équation du mouvement d'un oscillateur harmonique, forcé et amorti, est donnée par :

$$\ddot{x} + 2\eta\omega_0\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F(t)}{m}$$

où $F(t)$ est une fonction oscillatoire de fréquence ω. On observe –en fonction de ω- une amplitude maximale pour une fréquence ω_{res} = 0.7 ω_0. Calculer le terme d'amortissement.

b) De quel type d'amortissement s'agit-il ? En considérant $F = 0$, et les conditions initiales $x(t = 0) = x_0$ et $\dot{x}(t = 0)$, tracer sa trajectoire dans l'espace de phases.

IV. On considère une molécule triatomique linéaire (CO_2), modélisée par trois masses ponctuelles liées par deux masses de raideur $\boldsymbol{k}$. Soit $\boldsymbol{m}$ la masse de l'atome central et $\boldsymbol{M}$ la masse de chacun des deux atomes terminaux. Le déplacement de chaque atome par rapport à sa position d'équilibre est appelé $\boldsymbol{x_1}$**,** $\boldsymbol{x_2}$**,** et $\boldsymbol{x_3}$**.** On prendra $\boldsymbol{x_2}$ le déplacement de l'atome central, voir Fig.2.

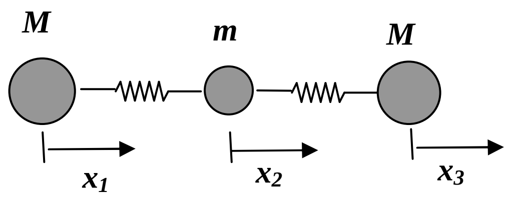

Fig.2

a) Déterminer les énergies cinétique et potentielle, ainsi que le Lagrangien du système. En déduire les équations de mouvement.

b) Calculer les fréquences propres, et déterminer les modes propres correspondants. A quel mouvement correspond une fréquence propre de valeur nulle ?