

ONDES ET VIBRATIONS

Examen Septembre 2005

Tout document est interdit – Durée 2 heures

- I. A l'aide des équations de Lagrange, établir les équations de mouvement des systèmes des figures I-1 et I-2, sachant que x_1 , x_2 , et x_3 désignent les déplacements des masses m_1 , m_2 , m_3 hors de leurs positions d'équilibre et F_1 , F_2 et F_3 les forces extérieures appliquées.

Figure I-1

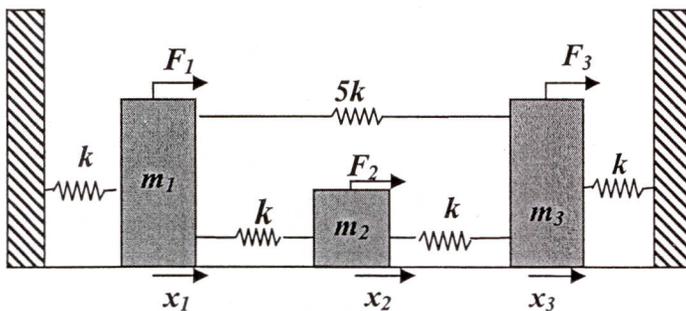
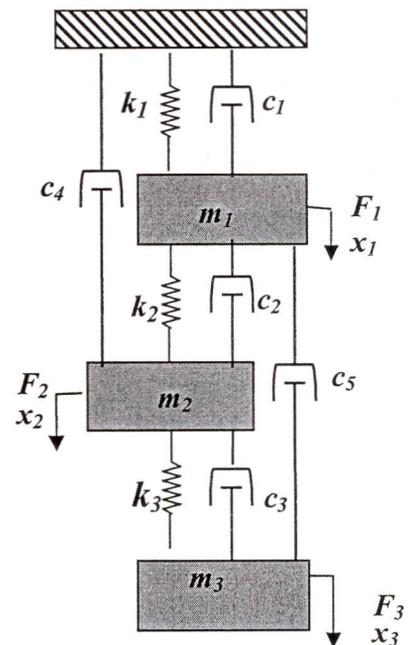


Figure I-2



- II. On considère un pendule de masse m amorti, décrit par la figure II-1 (voir page suivante). La tige rigide de longueur l et le système d'amortissement sont de masse nulle. A une distance a de l'axe de rotation O est fixé une tige horizontale qui comprend l'amortisseur c (voir figure II-1). On suppose que la tige reste horizontale pendant le mouvement.

a) En considérant l'angle ϕ comme une coordonnée généralisée, donner l'expression de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle et de l'énergie dissipative. Donner la fonction de Lagrange pour ce système.

(TSVP.)

b) Avec les équations de Lagrange, déterminer l'équation du mouvement du pendule (en incluant l'amortissement)

c) Dans l'approximation des petits angles, déterminer la fréquence propre ainsi que l'amortissement relatif η en fonction de a, l, m, c et g .

d) Pour quelle valeur de a le système est-il au point critique ? On appellera cette valeur a_c .

e) Pour $a < a_c$, de quel type d'amortissement s'agit-il ? Avec des conditions initiales $\phi(t=0)=\phi_0$, $\dot{\phi}(t=0)=0$, donner l'allure de la trajectoire dans l'espace de phases $(\phi, \dot{\phi})$.

f) Pour la suite, on remplace l'amortisseur par un ressort de raideur k , attaché à un deuxième pendule identique au premier (Fig. II-2). Soient ϕ_1 et ϕ_2 les petits angles des deux pendules avec la verticale. Les frottements sont négligés.

A l'aide des équations de Lagrange, établir les équations de mouvements des deux pendules ainsi que les pulsations propres du système couplé. Sans calcul, décrire les mouvements des deux masses, correspondant aux pulsations propres.

Figure II-1:

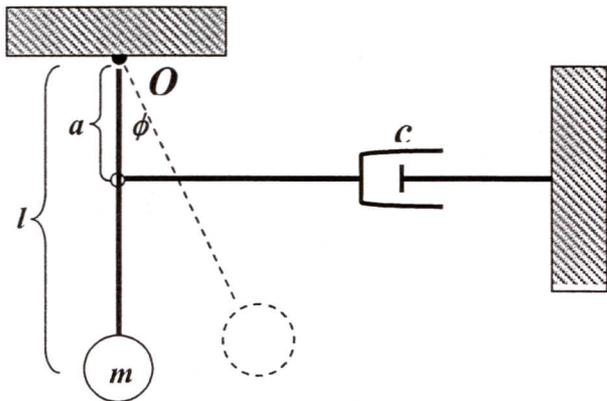


Figure II-2 (pour ex. II f)

