UNIVERSITE PAUL SABATIER TOULOUSE III

STME : mention PHYSIQUE
M1 Parcours Sciences Physiques et Chimiques
2M8PC1M / Ondes et vibrations

Année 2006/2007

TD5

On considère le système de la Figure IV, constitué d'une masse $\boldsymbol{M}$ se déplaçant horizontalement sans frottement et d'un cylindre homogène de rayon $\boldsymbol{R}$ et de masse $\boldsymbol{m=M/3}$ roulant sans glisser (le moment d'inertie autour de son axe $\boldsymbol{O}$ est $J=1/2\ m\ R^2$), liés par des ressorts de raideur $\boldsymbol{k}$. Le déplacement de la masse $\boldsymbol{M}$ et le déplacement horizontal de l'axe $\boldsymbol{O}$ du cylindre par rapport à leurs positions d'équilibre respectives sont donnés par x_1 et x_2. La force $\boldsymbol{F}$ est appliquée à la masse $\boldsymbol{M}$.

a) Exprimer les énergies cinétique et potentielle et le Lagrangien du système.

b) Ecrire les équations de Lagrange et en déduire les équations de mouvement de $\boldsymbol{M}$ et $\boldsymbol{m}$.

c) On pose dans tout ce qui suit : $\omega_0=[k/M]^{1/2}$. En supposant d'abord que $F=0$, quelles sont les pulsations propres ω' et ω'' du système ? Quel est le rapport des amplitudes du mouvement des deux masses pour ces pulsations ω' et ω'' ?

d) Dans la suite, on suppose que la force s'écrit $F=F_0\ exp(i\ \Omega\ t)$, avec des solutions de la forme $x_1=X_1\ exp(i\ \Omega\ t)$ et $x_2=X_2\ exp(i\ \Omega\ t)$ dans le régime permanent. Calculer les amplitudes X_1 et X_2 en fonction de la pulsation excitatrice Ω.

e) Tracer schématiquement $|X_1|^2$ et $|X_2|^2$ en fonction de la pulsation excitatrice Ω.. En particulier, interpréter les cas $\Omega=\omega'$, $\Omega=\omega''$ et $\Omega=2\omega_0$.