UNIVERSITE PAUL SABATIER
TOULOUSE III

STME : mention PHYSIQUE
M1 Parcours Sciences Physiques et Chimiques
2M8PC1M / Ondes et vibrations

année 2006/2007

Travaux Dirigés Ondes et Vibrations
Texte 1

---

1. On considère le système mécanique de la Fig.1. Ecrire l'équation différentielle à partir des équations de Lagrange.

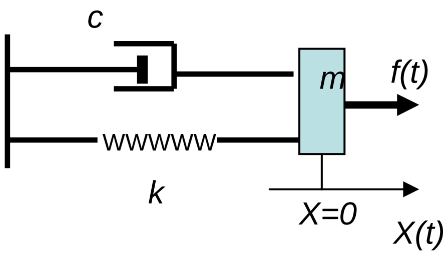

Fig.1

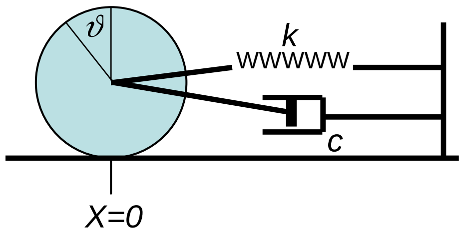

Fig.2

2. Un cylindre plein, homogène, de masse *m*, de rayon *R*, peut rouler sans glisser sur un plan horizontal. Son axe *O* est relié à une paroi fixe par l'intermédiaire d'un ressort horizontal de raideur *k*. On désigne par *x* le déplacement horizontal de *O* et par ϑ la rotation correspondante du cylindre.
   a. Déterminer l'équation du mouvement du cylindre.
   b. Un amortisseur à frottement visqueux de coefficient *c* est placé en parallèle sur le ressort. Déterminer l'équation du mouvement du cylindre et donner la forme de la solution dans le cas des faibles amortissements.

3. La masse *m* est liée à un point fixe par une tige de masse négligeable. Sur la tige, en *A*, sont attachés deux ressorts identiques de raideur *k*. Le système est placé dans le champ de pesanteur, soit selon Fig.3a, soit selon Fig.3b. En outre, on pose $Om = l$, $OA = a$.

   A l'aide des équations de Lagrange, établir les équations régissant l'évolution des systèmes a) et b).
   Dans chaque cas, calculer la pulsation des petits oscillations et discuter leur stabilité.

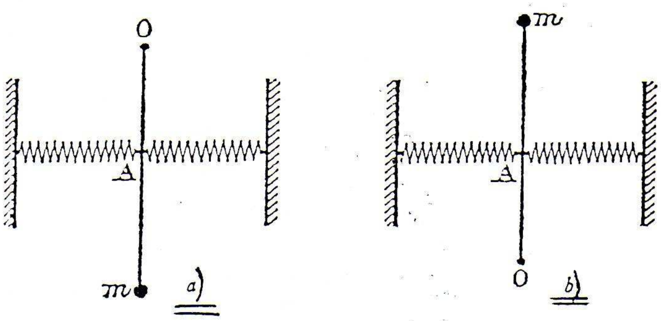

Fig.3

4. Etablir les équations du pendule double à l'aide des équations de Lagrange : la position du pendule *1* de masse m_1, de longueur l_1 est déterminée par l'angle ϑ_1 ; la position du pendule *2* de masse m_2, de longueur l_2 est déterminée par l'angle ϑ_2. Les angles ϑ_1 et ϑ_2 sont repérés par rapport à la verticale de l'axe de rotation (voir Fig.4).

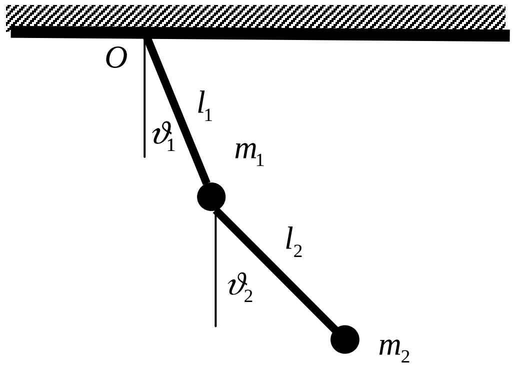

Fig.4

5. A partir des équations de Lagrange, établir les équations différentielles du mouvement des masses m_1 et m_2 (voir Fig.6).

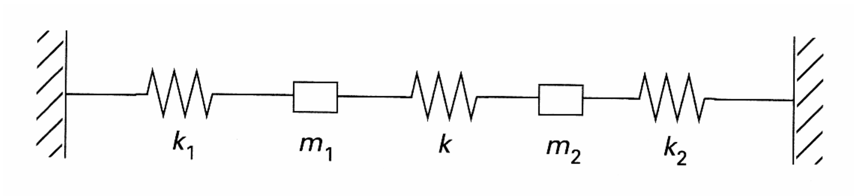

Fig.6