Université Paul Sabatier **MASTER 1 STME : mention PHYSIQUE**

M1 – Sciences Physiques et Chimiques

2M8PC1M

Physique Atomique et Subatomique : EXAMEN (durée 3h) septembre 2005

PHYSIQUE ATOMIQUE : 1) 2 points ; 2) 4 points ; 3) 4 points

Effet Zeeman sur la raie Lyman α de l'ion hydrogénoïde Mg^{11+}.

On s'intéresse à l'ion hydrogénoïde de magnésium (Z=12) et, en particulier, à la raie Lyman α.

1- Sachant que cette raie correspond à une transition des états (n=2, l=1) vers l'état fondamental du système, calculer son énergie et sa longueur d'onde dans le modèle le plus simple (Atome de Bohr ou approximation d' « ordre zéro » en mécanique quantique).

2- Expérimentalement, on observe un doublet dont les composantes sont séparées de $6\ 10^{-4}$ nm.

- a- L'existence de ce doublet est attribuée à une « structure fine » des niveaux d'énergie. Expliquer.
- b- En supposant que, dans le cadre de cette étude, le hamiltonien de structure fine peut se ramener au seul terme de couplage spin-orbite, calculer l'amplitude de ce couplage (valeur de $a\hbar^2$).

Rappels: le hamiltonien de couplage spin-orbite s'écrit: $\hat{H}_{SO} = a(l,s).\hat{l}.\hat{s}$; n'oubliez-pas d'utiliser: $\hat{j} = \hat{l} + \hat{s}$

3- On applique maintenant à l'ion hydrogénoïde Mg^{11+} un champ magnétique statique dirigé selon l'axe Oz (effet Zeeman).

- a- Sachant que les énergies mises en jeu par l'application de ce champ sont de l'ordre de ($\mu_B B$), calculer le champ B tel que son effet soit de l'ordre de grandeur de celui de la structure fine étudiée en 2b-

On se place dans l'hypothèse où les corrections énergétiques dues à l'effet Zeeman sont petites devant la structure fine (situation dite de « champ faible »). Pour étudier le système, on peut alors conserver les états de la base utilisée pour décrire la structure fine.

- b- Dans ce cas le hamiltonien Zeeman peut s'exprimer en fonction de $\hat{j}_z$ selon l'expression:

$$\hat{H}_{Zee} = g_j \frac{\mu_B B}{\hbar} \hat{j}_z \quad avec \quad g_j = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2\ j(j+1)}$$

Établir l'expression de la correction énergétique à appliquer sur les niveaux de structure fine.

- c- Calculer, dans ces conditions, la structure de la raie Lyman α. Faire un schéma des niveaux d'énergie (en précisant les états associés) et indiquer les transitions permises.

Rappels: Règles de sélection à appliquer dans les conditions de ce calcul:

$$\Delta l = \pm 1 \quad \Delta j = 0, \pm 1 \quad \Delta m_j = 0, \pm 1$$

Données numériques :
Constante de Planck = $6,62618 \times 10^{-34}\ J\ s$
Charge de l'électron = $-1,602189 \times 10^{-19}\ C$
Vitesse de la lumière dans le vide = $2,99792458 \times 10^{8}\ ms^{-1}$
Magnéton de Bohr = $9,27 \times 10^{-24}\ JT^{-1}$

TSVP

PHYSIQUE SUBATOMIQUE : 1) 2 points ; 2) 2 points ; 3) 4 points ; 4) 2 points

Noyaux « miroirs » et rayon des noyaux

Deux noyaux isobares tels que le nombre de protons de l'un soit égal au nombre de neutrons de l'autre constituent une « *paire de noyaux miroirs* », appellation provenant du fait que ces noyaux sont placés symétriquement par rapport à la droite $N = Z$ dans une représentation du nombre de neutrons N en fonction du nombre de protons Z pour les différents noyaux. On considère un modèle de noyau dans lequel la charge Ze est distribuée uniformément à l'intérieur d'un volume supposé sphérique et de rayon R, relié au nombre de masse A du noyau par $R = R_0 A^{1/3}$. R_0, « rayon nucléaire unité », est un paramètre que l'on se propose de déterminer.

1. Calculer l'énergie de répulsion coulombienne d'une sphère de rayon R renfermant la charge électrique Ze uniformément répartie. En déduire la différence d'énergie coulombienne entre 2 noyaux isobares de nombres de charges respectifs Z et $Z-1$.

2. Le noyau ${}^{A}_{Z}X$ est émetteur β^+ et l'on désigne par T_{max} l'énergie cinétique maximale du spectre des β émis. Ecrire la réaction nucléaire β^+ qui conduit au noyau résiduel Y. Exprimer la différence d'énergie au repos $\left(M_x^* - M_Y^*\right)c^2$ entre les deux **noyaux** miroirs ${}^{A}_{Z}X$ et ${}^{A}_{Z-1}Y$ en fonction de T_{max} sachant que la transition β conduit au niveau fondamental du noyau Y.

3. On montre que cette même différence d'énergie au repos peut s'écrire $\left(M_x^* - M_Y^*\right)c^2 = \left(M_p - M_n\right)c^2 + \frac{3}{5}\frac{e^2 A^{2/3}}{4\pi\varepsilon_0 R_0}$, cette relation découlant du principe d'« indépendance de charge » des forces nucléaires. M_p et M_n représentent respectivement les masses au repos du proton et du neutron, c la vitesse de la lumière dans le vide et ε_0 la permittivité du vide. A l'aide de cette relation et de celle établie dans la question précédente, montrer qu'il est possible d'établir une relation numérique donnant R_0 en fonction de T_{max}, de la forme $R_0 = \frac{b}{T_{max} + a} A^{2/3}$. On explicitera **littéralement** les constantes a et b, puis on les calculera **numériquement** en fonction des unités commodes à la physique subatomiques que sont le *Fermi* et le *MeV*.

4. Le tableau suivant donne les valeurs expérimentales des énergies cinétiques maximales des spectres β^+ pour des noyaux émetteurs satisfaisant la relation $A = 2Z-1$, les noyaux résiduels étant tous produits dans leur état fondamental :

Noyau émetteur	${}^{11}_{6}C$	${}^{13}_{7}N$	${}^{15}_{8}O$	${}^{17}_{9}F$	${}^{19}_{10}Ne$	${}^{21}_{11}Na$	${}^{23}_{12}Mg$	${}^{25}_{13}Al$
T_{max} en MeV	0,96	1,19	1,74	1,74	2,23	2,50	3,00	3,24

Noyau émetteur	${}^{27}_{14}Si$	${}^{29}_{15}P$	${}^{31}_{16}S$	${}^{33}_{17}Cl$	${}^{35}_{18}A$	${}^{37}_{19}K$	${}^{39}_{20}Ca$	${}^{41}_{21}Sc$
T_{max} en MeV	3,80	3,95	4,40	4,50	4,96	5,10	5,50	5,61

A quelle valeur moyenne $\overline{R_0}$ conduisent ces résultats expérimentaux ? Sachant que les différentes méthodes de détermination du rayon nucléaire unité conduisent au résultat $R_0 \sim 1{,}5$ *fermi*, que peut-on conclure de ce problème ?

Données numériques :

Masse au repos du proton : $M_p = 1{,}00727663\ u$
Masse au repos du neutron : $M_n = 1{,}0086654\ u$
Equivalent énergétique de l'unité de masse : $1u = 931{,}480\ MeV$
Energie au repos de l'électron : $m_e c^2 = 0{,}511\ MeV$
Charge élémentaire : $e = 1{,}602 x 10^{-19}\ C$
Permittivité du vide : $1/4\pi\varepsilon_0 = 9x10^{9}\ m\ F^{-}$