UNIVERSITE PAUL SABATIER
TOULOUSE III

STME : mention PHYSIQUE
M1 Parcours Sciences Physiques et Chimiques
2M80PC3E1

Année 2007/2008

PHYSIQUE ATOMIQUE ET SUBATOMIQUE

Partiel du 3 mars 2008

TOUT DOCUMENT INTERDIT – PARTIES INDEPENDANTES - DUREE 1H30

Partie 1 : Etude d'un état excité du tritium (10 pts)

L'atome de tritium est un isotope de l'hydrogène avec un noyau constitué d'un proton et de deux neutrons, autour duquel gravite un électron. Un neutron est une particule de même masse que le proton et de même spin. Dans tout le problème, on considéra la masse réduite μ du système noyau – électron.

1. Donner la valeur de la masse réduite μ ainsi que le rayon de Bohr associé : $a_\mu = a_0\ (m_e/\mu)$.
2. Donner l'expression des niveaux d'énergie du tritium en fonction du nombre quantique principal n, de μ, c et α. On précisera la nature et la valeur de ce dernier paramètre.
3. Calculer l'énergie du niveau de configuration *3d*. Que représente *d* ? Quelle serait la valeur de cette énergie pour un atome d'hydrogène dans la même configuration ?
4. Les états quantiques correspondants à la configuration *3d* sont-ils dégénérés ? Le cas échéant, donner la valeur de cette dégénérescence:
   a. en ne tenant pas compte du spin du noyau. Préciser la base des vecteurs associés.
   b. en tenant compte du spin du noyau. *On ne demande pas ici de décrire la base.*
5. Calculer l'énergie de la transition radiative d'un état excité du tritium de configuration *3d* vers un état de configuration *3p*. Commenter le résultat. Cette transition est cependant observable ; justifier succinctement ce fait expérimental.
6. Quels sont les vecteurs de la base associés à la configuration *3p* si l'on ne tient pas compte du spin de noyau ?
7. Que représentent les quantités Ψ, $\Psi\Psi^*$, $\Psi\Psi^*\,\delta^3V$? Donner l'expression de la densité de probabilité de présence d'un électron dans la configuration $3p_0$?
8. Quelle est la signification physique de la normalisation des fonctions d'ondes ? Calculer la valeur de K pour la fonction d'onde $\Psi(3p_0)$ en normalisant sa partie angulaire.
9. **9.** Donner les 3 distances qui correspondent aux valeurs extrémales de la densité de probabilité pour l'orbitale $3p_0$. *On remarquera que:* $\dfrac{d^2(f(r)^2)}{dr^2} = 2f(r)\dfrac{df(r)}{dr}$
10. Donner, sans la calculer, l'expression de la valeur moyenne de r en notation de Dirac ainsi que son pendant en notation intégrale.

Données : *fonction d'onde de l'état $3p_0$,*

$$\Psi_{3p_0}(r,\theta,\varphi) = \frac{8\sqrt{2}}{3}\frac{Zr}{a_\mu}(1-\frac{Zr}{6a_\mu})\left[\exp(-\frac{Zr}{3a_\mu})\right]Y(\theta,\varphi) \quad \text{et} \quad Y(\theta,\varphi) = \frac{K\sqrt{\pi}}{27}\cos(\theta)$$

avec Y(θ,φ) la partie angulaire de la fonction d'onde et K une constante positive.

Partie 2 : Effet de taille du tritium (10 pts)

Le noyau de tritium n'est pas ponctuel. Nous le modéliserons par une distribution de charge sphérique homogène de rayon $R_p = 1.5\ 10^{-15}\ m$ et de charge totale $+q$. Le but de cette deuxième partie est d'évaluer quels sont les effets dus à la taille –finie- du noyau sur les niveaux d'énergie *2s* et *2p*.

Le potentiel créé par cette distribution de charge correspond à un champ central mais n'a plus une forme simple en 1/r dans tout l'espace.

1. Que pouvez-vous prédire –sans calcul– quant à l'effet sur la dégénérescence des niveaux ?
2. Un calcul d'électrostatique permet d'obtenir ce potentiel qui s'écrit :

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad\qquad r \geq R_p$$

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2R_p}(3 - \frac{r^2}{R_P^2}) \qquad\qquad r < R_p$$

   Donner l'expression du Hamiltonien H_{tf} du système. On posera $e^2 = q^2/4\pi\varepsilon_0$.

3. Nous nous placerons dans le cadre de la théorie des perturbations indépendante du temps afin d'évaluer l'importance de l'effet de taille du noyau sur les niveaux d'énergie. Ecrire le Hamiltonien précédent sous la forme $H_{tf} = H_0 + W$, avec H_0 le hamiltonien non perturbé de l'atome d'hydrogène, et donner l'expression de la perturbation W dans les différentes régions de l'espace.
4. Les décalages en énergie ΔE des niveaux, engendrés par la perturbation W, sont donnés par les valeurs moyennes de W sur la base des vecteurs propres associés à chaque niveau considéré. Ecrire la forme littérale de ΔE sous forme intégrale puis en notation de Dirac.
5. **** Calculer les formules littérales puis les valeurs numériques de ΔE pour les états propres $n = 2$. On utilisera des fonctions d'onde approchées tenant compte du fait que $r < R_p << a_\mu$. Conclure.

   Données : *fonctions d'onde des état $2s_0$ et $2p_{0,1,-1}$:* $|\Psi_{nlml}\rangle = |R_{nl}\rangle |Y_l^{m_l}\rangle$

$$R_{2,0}(r) = 2\left(\frac{Z}{2a_\mu}\right)^{3/2}\left(1 - \frac{Zr}{2a_\mu}\right)\left[\exp(-\frac{Zr}{2a_\mu})\right]$$

$$R_{2,1}(r) = \left(\frac{1}{3}\right)^{1/2}\left(\frac{Z}{2a_\mu}\right)^{3/2}\left(\frac{Zr}{a_\mu}\right)\left[\exp(-\frac{Zr}{2a_\mu})\right]$$

$$Y_{00}(\theta,\varphi) = \frac{1}{(4\pi)^{1/2}}$$

$$Y_{10}(\theta,\varphi) = (3/4\pi)^{3/2}\cos(\theta)$$

$$Y_{1\pm1}(\theta,\varphi) = \mp\left(\frac{3}{8\pi}\right)^{1/2}\sin(\theta)e^{\pm i\varphi}$$

------ FIN ------