Correction succincte + Barème indicatif
Physique Atomique et Subatomique
(Durée : 1h30)

I – Questions de cours (5 pts)

I-a)

Quantification du moment cinétique de l'électron : $|L| = n\hbar = |\vec{r} \wedge \vec{p}|$ i.e en une révolution l'électron doit avoir parcouru un multiple entier de fois ca longueur d'onde de De Brooglie associée. ($2\pi r=n\lambda$) …
(2 pt)

La dimension de $[\hbar]=[L]x[M][L][T^{-1}]=[M][L]^2[T^{-1}]= [M][L]^2[T^{-2}]x[T]$ c'est donc une énergie fois un temps (Action) d'où l'unité : J.s **(1 pt)**

I-b)

$E_n=-13.6\ Z^2/n^2$, c'est une énergie en eV **(0.5 pt)**

n représente le nombre quantique principale associé à la partie radiale de la fonction d'onde du système.
(0.5 pt)

I-c)

Un niveau d'énergie est dit dégénéré s'-il existe, pour cette énergie, plusieurs états propres possible du système. C'est-à-dire, plusieurs jeux de nombres quantiques associés à une même valeur de l'énergie (valeur propre)**.** **(1pt)**

II – Problème : Hamiltonien Spin-Orbite (15 pts)

(A – 4.5 pts)

A-1) $H_0 = Ec + Ep = \frac{P^2}{2m} + V(r) = \frac{P^2}{2m} - \frac{Ze^2}{r}$; H_0 agit donc que sur la partie radiale de la fonction d'onde associée au nombre quantique principal n. **(1 pt)**

Il agit également sur la partie angulaire au travers de l'opérateur P (en coordonnées sphérique) donc également sur l et ces projections ml.
(0.5 pt)

A-2) $E_n=-13.6\ Z^2/n^2=-13.6*Z^2/3^2 \sim 1.5\ Z^2$ eV. **(0.5 pt)**

Si l'on considère le moment cinétique et le spin de l'électron, les nombres quantiques principaux sont nls et leurs projections ml, ms. $|n,l,s,ml,ms>$
(1 pt)

Ici pour la configuration $(3d)^1$:

n=3. l=2, s=1/2 donc -2<ml<2 et ms=1/2, -1/2. **(1 pt)**

La base des (2s+1)(2l+1)=10 vecteurs propres associés est donc :

|3 2 ½ -2 ½> , |3 2 ½ -1 ½>, |3 2 ½ 0 ½>, |3 2 ½ 1 ½>,|3 2 ½ 2 ½>

|3 2 ½ -2 -½> , |3 2 ½ -1 -½>, |3 2 ½ 0 -½>, |3 2 ½ 1 -½>,|3 2 ½ 2 -½> **(0.5 pt)**

B – Problème – 10.5 pts

B-1) $H=H_0+H_{so}=P^2/2m+Ze^2/r+\xi_n(r)\, L.S$

$\xi_n(r)$ n'agit que sur la partie radiale i.e n et pas S ni L. **(0.5 pt)**

B-2) J est la somme des moments cinétiques et de spin de l'électron.

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

$$J^2 = L^2 + S^2 + 2\vec{L}\,\vec{S}$$

(1 pt)

d'où : $H_{so} = (\xi_n(r)/2)\,(J^2-L^2-S^2)$ **(0.5 pt)**

B-3) En fait, il est possible d'utiliser la base mais elle ne sera pas appropriée car ces vecteurs ne sont pas vecteurs propres de l'Hamiltonien Spin-Orbite.

Pour décrire les états propres du système il est nécessaire d'introduire le nombre quantique J et ces projections mj. La nouvelle base est donc $|nlsjm_j>$ eq. |j mj> car n,l et s sont fixés pour une configuration donnée. NB : ms et ml n'interviennent.

(0.5 pt)

B-4) s=1/2, l=2 donc |l-s|<j<l+s donc j=3/2,5/2 **(1 pt)**

Les projections de j sont comprissent entre -j<mj<j. **(0.5 pt)**

Les vecteurs propres sont donc :2

j=3/2 mj=-3/2,-1/2,1/2,3/2 :

|3/2, {-3/2,-1/2,1/2,3/2}> et dég=4=2j+1 **(0.5 pt)**

j=5/2 mj=-5/2,-3/2,-1/2,1/2,3/2,5/2 :

|5/2,{-5/2,-3/2,-1/2,1/2,3/2,5/2 }> (dég=6) **(0.5 pt)**

B-5) les éléments de matrice de H dans la base précédente s'écrivent :

$<n'lsj'|H|nlsj>=<n'|H_0|n>\delta_{nn'} + <\xi_n(r)>\delta_{nn'} <lsj'|H_{ls}|lsj>$ **(0.5 pt)**

Ici pour la configuration $(3d)^1$, n=3, l=2, s=1/2 et j=3/2,5/2 d'où la matrice :

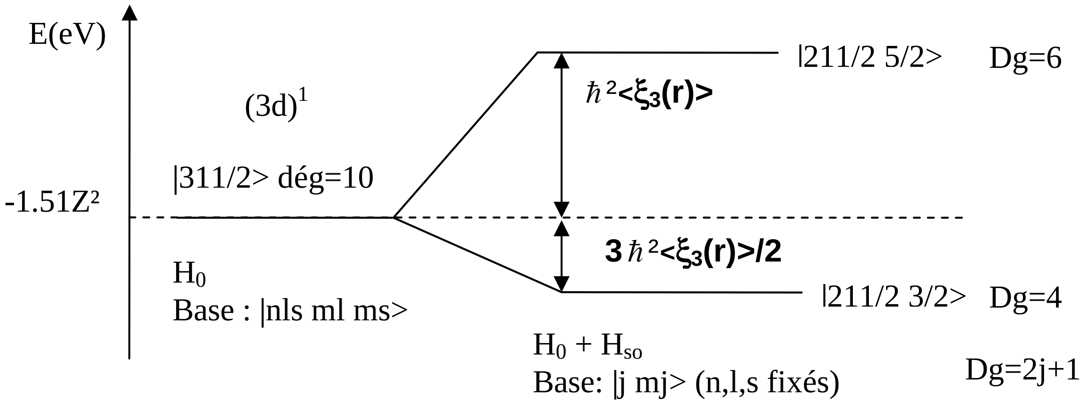
$$\left\langle 32\frac{1}{2}j'\middle|H\middle|32\frac{1}{2}j\right\rangle = 1.5Z^2 + \frac{\langle\xi_3(r)\rangle}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\left(j(j+1)-\frac{27}{4}\right)\hbar^2$$

Les éléments j ≠ j' sont nuls car {|lsj>} sont vecteurs propres de $H_{so.}$ **(2 pts)**

AN : E(j=3/2)=<3 2 ½ 3/2 |H| 3 2 ½ 3/2>= $1.5Z^2 - <\xi_3(r)>*3\hbar^2/2$ **(0.5 pt)**

$E(j=5/2)=\langle 3\ 2\ \tfrac{1}{2}\ 5/2\ |H|\ 3\ 2\ \tfrac{1}{2}\ 5/2\rangle = 1.5Z^2 + \langle \xi_3(r)\rangle * \hbar^2$ **(0.5 pt)**

B-6)



Il y a donc levée partielle de dégénérescence. **(1.5 pts)**

------- Fin -------