UNIVERSITE PAUL SABATIER
TOULOUSE III

STME : mention PHYSIQUE
M1 Parcours Sciences Physiques et Chimiques
2M80PC3E2

Année
2007/2008

PHYSIQUE ATOMIQUE ET SUBATOMIQUE
Examen du 28 mai 2008
TOUT DOCUMENT INTERDIT – DUREE 3 HEURES

Effet Stark : étude de la désexcitation de l'état *2s* de l'atome d'hydrogène

Un processus de collision entre atomes d'hydrogène et particules chargées produit des atomes d'hydrogène dans l'état *2s*, que l'on désire détecter. L'état *2s* est un état métastable de durée de vie τ_{2s} = 0,14 *s*, qui peut être considérée comme infinie à l'échelle de cette expérience (vitesses de l'ordre de 10 $km\ s^{-1}$, distances à parcourir de l'ordre de 10 *cm*). Afin d'utiliser des méthodes optiques de détection, on applique un champ électrique statique afin de mélanger l'état *2s* avec l'état *2p* voisin, de durée de vie beaucoup plus courte τ_{2p} = 1,6 10^{-9} *s*. L'état *2p*, ou l'état mélangé (superposition de l'état *2s* et de l'état *2p*), se désexcite alors par émission de la raie Lyman α à 121,6 *nm*. Les photons émis peuvent alors être détectés par un photomultiplicateur.

On se propose d'étudier le mécanisme de mélange par effet Stark des états *2s* et *2p* qui seront supposés dégénérés en l'absence de champ extérieur (influence négligeable du spin électronique) et décrits par le hamiltonien H_0. On applique un champ électrique statique $\boldsymbol{\varepsilon}$, colinéaire à l'axe *Oz*, sur la multiplicité *n* = 2. On rappelle que le hamiltonien Stark est donné par $W_S = -\boldsymbol{D}.\boldsymbol{\varepsilon} = q\,z\varepsilon$.

1. Donner les expressions littérales des éléments de la matrice $H_0 + W_S$ pour la multiplicité *n* = 2. Calculer $\hbar\omega_S$ pour $\varepsilon = 100\ V\,m^{-1}$ après avoir posé $\hbar\omega_S = \left|\langle 2s|W_S|2p, m_l = 0\rangle\right|$.

   On rappelle :

$$\cos\theta\left|Y_l^m\right\rangle = \sqrt{\frac{l^2-m^2}{4l^2-1}}\left|Y_{l-1}^m\right\rangle + \sqrt{\frac{(l+1)^2-m^2}{4(l+1)^2-1}}\left|Y_{l+1}^m\right\rangle$$

$$r\left|R_{n,l}\right\rangle = -\frac{3}{2}a_0 n\sqrt{n^2-l^2}\left|R_{n,l-1}\right\rangle - \frac{3}{2}a_0 n\sqrt{n^2-(l+1)^2}\left|R_{n,l+1}\right\rangle$$

2. En déduire les valeurs propres du hamiltonien $H_0 + W_S$ ainsi que les états propres associés en considérant une diagonalisation par bloc de la matrice trouvée en 1)
3. On suppose que le taux de décroissance radiative $\Gamma = \tau^{-1}$ d'un état 'mélangé' $\left|\Psi\right\rangle = \sum_i a_i\left|\varphi_i\right\rangle$ est donné par $\Gamma = \sum_i \left|a_i\right|^2\Gamma_i$, avec Γ_i le taux de décroissance de l'état $\left|\varphi_i\right\rangle$. Indiquer le taux de décroissance radiative des états trouvés en 2) et le comparer à celui de l'expérience. Commenter.

Effet Zeeman sur un atome d'hydrogène

1. Un atome d'hydrogène est placé dans un champ magnétique statique $\boldsymbol{B} = B_0\,\boldsymbol{e_z}$. Ecrire l'expression du hamiltonien Zeeman prenant en compte les moments cinétiques orbital et de spin de l'électron ainsi que le moment cinétique de spin du noyau. On rappelle la relation entre moments cinétique **L** et magnétique **M**: **M** = qg/2m **L**, avec *q* la charge de l'électron, *g* et *m* respectivement le facteur de Landé et la masse de la particule considérée (g_e = 2 et m_e pour l'électron, g_p = 5,59 et M_p pour le proton). Réécrire le hamiltonien en faisant apparaître les magnétons de Bohr électronique μ_B et nucléaire μ_n. On rappelle que ce magnéton est défini par $\mu = q\hbar/2m$. Montrer –enfin- que l'on peut négliger l'effet lié au spin nucléaire et donner –dans ce cadre- le hamiltonien exprimé suivant l'axe de quantification *Oz*.
2. Dans le cas de champs magnétiques assez grands pour pouvoir négliger les effets dus à la structure fine :
   a. Etablir le diagramme des niveaux d'énergie Zeeman pour les états *n* = 1 et *n* = 2.
   b. Montrer qu'en présence du champ magnétique, les raies qui correspondent aux transitions $n \rightarrow n'$ (n, n' quelconques) se décomposent en triplet. Les règles de sélection concernées sont alors $\Delta l = \pm 1$, $\Delta m = \pm 1$ et $\Delta m_s = 0$.

   c. Dans le cas de la transition $n = 2 \to n = 1$ de l'atome d'hydrogène et avec un champ $B = 0{,}5$ T, calculer l'écart en longueur d'onde des raies latérales par rapport à la raie en l'absence de champ.

3. **(HORS BAREME : points de bonification)** Lorsque le champ magnétique est suffisamment faible, on peut utiliser les états propres qui résultent de la prise en compte de la structure fine {états $\left| n,l,s,j,m_j \right\rangle$ } pour calculer l'effet du hamiltonien Zeeman. Celui-ci peut s'écrire $H_Z = \frac{\mu_B}{\hbar} g_j J_Z B$ si le champ magnétique est orienté suivant l'axe Oz. Les coefficients g_j, dont on précisera la nature, valent :

$$g_j = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}.$$

   a. Donner l'expression de la correction en énergie pour un état $\left| n,l,s,j,m_j \right\rangle$.

   b. Etablir le diagramme de niveaux Zeeman pour l'état $n = 2$, $l = 1$.

Fission de l'uranium 235 en noyaux de krypton et de baryum

Considérons la réaction de fission d'un noyau d'uranium 235 par un neutron n selon: ${}^{235}_{92}U + n \rightarrow {}^{90}_{36}Kr + {}^{142}_{Z}Ba + an$, avec Z et a deux entiers positifs.

1. Déterminer Z et a.
2. Calculer –en MeV- l'énergie libérée par cette réaction.

   On donne $m_U = 235{,}043915\,u$, $m_{Kr} = 89{,}919720\,u$ $m_{Ba} = 141{,}916350\,u$. et $m_n = 1{,}008665\,u$. On rappelle également la correspondance $1\,u = 931{,}48\ MeVc^{-2}$.
3. Calculer, en *Joule*, l'énergie libérée par 1 *kg* d'uranium 235 (masse d'un nucléon ~ 1,67 10^{-27} kg). Calculer également la durée nécessaire pour consommer cette masse d'uranium dans un réacteur nucléaire d'une puissance de 500 *MW*.
4. Par une série de désintégrations, toutes de même type, le ${}^{90}_{36}Kr$ conduit à un nucléide stable, le zirconium ${}^{90}_{40}Zr$. De quel type de désintégration s'agit-il ? Ecrire la cascade réactionnelle correspondante.

Radiothérapie

1. Les cellules cancéreuses sont plus vulnérables aux rayons X et *gamma* que les cellules saines. Dans le passé, on utilisait en radiothérapie l'isotope radioactif ${}^{60}Co$ comme source standard de rayonnements ionisants. Cet isotope se désintègre en un état excité de ${}^{60}Ni$, avec une demi-vie de 5,27 *ans*. L'isotope de nickel émet immédiatement deux photons *gamma*, chacun avec une énergie de 1,2 *MeV*.

   Combien de noyaux N de ${}^{60}Co$ radioactif contient une source dont l'activité $A = \lambda N$ vaut 2,22 10^{14} *Bq* (λ représente la constante radioactive) ?
2. On peut injecter le nucléide radioactif ${}^{99}Tc$ dans le sang d'un patient pour, entre autres, suivre sa circulation sanguine, mesurer son volume sanguin, ou localiser une tumeur. Le nucléide est produit dans un hôpital par une 'vache' contenant du ${}^{99}Mo$, un radionucléide qui se désintègre en ${}^{99}Tc$, avec une demi-vie de 67 *h*. Une fois par jour, on 'trait' la 'vache' pour obtenir le ${}^{99}Tc$, produit dans un état excité et qui se relaxe vers l'état fondamental en émettant un photon *gamma*, avec une demi vie de 6 *h*. Ce dernier est enregistré par des détecteurs placés autour du patient.

   a. Quel est le processus de désintégration du ${}^{99}Mo$ en ${}^{99}Tc$? Un tableau périodique est à votre disposition en annexe.

   b. Si on injecte un échantillon de 8,2 10^{7} Bq de ${}^{99}Tc$ à un patient, combien de photons *gamma* sont initialement produits dans le patient chaque seconde ?

   c. Si le taux d'émission des photons *gamma* d'une petite tumeur qui a capturé le ${}^{99}Tc$ est de 38 *Bq* à un certain moment, quelle quantité de ${}^{99}Tc$ à l'état excité se trouve dans la tumeur à cet instant ?