UNIVERSITE PAUL SABATIER
TOULOUSE III

STME : mention PHYSIQUE
M1 Parcours Sciences Physiques et Chimiques
2M8PC13E2

Année
2006/2007

PHYSIQUE ATOMIQUE ET SUBATOMIQUE

Examen du 4 juin 2007
Tout document interdit – Durée 3 heures
Les parties I, II et III sont indépendantes

<u>PARTIE I</u> : Question de cours : Atome d'Hélium.

1. Ecrire l'Hamiltonien H qui décrit l'atome d'Hélium en donnant la signification de chacun des ses termes. (Ne prendre en considération que les interactions électrostatiques).

2. Lequel, parmi ces termes, est négligé dans l'approximation à électrons totalement indépendants ?

<u>PARTIE II</u> : Physique Atomique - Etude d'un état excité de l'atome d'hélium.

1. Nous voulons étudier l'état excité de l'atome d'Hélium correspondant à la configuration (*1s*, *ns*) avec *n* très grand.
   - **a.** Calculer l'énergie de cette configuration dans le cadre de l'approximation des électrons indépendants.
   - **b.** Quelle est la valeur de la limite pour *n* qui tend à l'infini ? Quel est le système physique correspondant ?
2. Les résultats de l'approximation des électrons indépendants peuvent être améliorés en tenant compte de l'interaction entre les deux électrons. Pour cela, utilisons d'abord un modèle simple semi classique. Faisons l'hypothèse que les deux électrons sont sur des orbites de Bohr, et que l'électron *ns* voit la charge du noyau écrantée par l'électron *1s* tandis que l'électron dans *1s* voit la charge totale du noyau.
   - **a.** Donner la valeur du rayon des orbites classiques pour chacun des deux électrons. On posera pour la suite que la charge vue par l'électron *ns* vaut $(2 - \rho)\, e$, avec e la charge du proton, ρ un coefficient égal à la probabilité de présence de l'électron dans l'état *1s* et compris entre *0* et le rayon de l'orbite de Bohr de l'électron *ns*.
   - **b.** Calculer la valeur de □en fonction de *n*. Valeur limite pour $n \to \infty$?
   - **c.** Calculer l'énergie de la configuration en fonction de *n*. Comparer ce résultat - et sa limite pour $n \to \infty$ - avec celui obtenu dans l'approximation des électrons indépendants.

Rappels :

La partie radiale (normée) de la fonction d'onde pour l'état 1s s'écrit :

$$R_{10}(r) = 2(Z/a_0)^{3/2}\exp(-Zr/a_0)$$

$$- \int x^2 \exp(-ax)dx = -\left(\frac{x^2}{a} + \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3}\right)\exp(-ax)$$

3. L'étude peut encore être améliorée en prenant en compte l'interaction entre les spins des deux électrons. Le Hamiltonien correspondant s'écrit :

$$H_s = \frac{A}{\hbar^2}\vec{S}_1.\vec{S}_2,$$

Avec $\vec{S}_1$ l'opérateur vectoriel associé au spin de l'électron 1 et $\vec{S}_2$ celui associé au spin de l'électron *2*. On désignera les vecteurs propres $\left|S_1, S_2, S, M_S\right\rangle$ associés aux opérateurs $\vec{S}_1$, $\vec{S}_2$, $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$ et $\vec{S}_z$ par la notation simplifiée $\left|S, M_S\right\rangle$, telle que $\hbar^2 S(S+1)$ soit la valeur propre associée à $\vec{S}^2$ et $\hbar M_S$ celle à $\vec{S}_z$.

- **a.** Calculer l'action de l'opérateur H_s sur ces états $\left|S, M_S\right\rangle$.
- **b.** Montrer que la matrice associée à H_s est diagonale dans cette base. Donner l'expression des valeurs propres de H_s en fonction de A.

<u>**PARTIE III**</u> **:** Physique Subatomique - Le modèle de la goutte liquide.

1. Dans le modèle de la goutte liquide, l'énergie de liaison E_l, comptée positivement, est donnée par :

$$E_l = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 Z^2 A^{-1/3} - a_4 (A-2Z)^2 A^{-1} + \frac{1}{2}\left(1+(1)^{-A}\right)(-1)^Z a_5 A^{-3/4}$$

- **a.** Après avoir rappelé l'origine des 5 termes a_i, calculer le terme a_3 pour une sphère de rayon *R*, i.e. le rayon du noyau, de charge électrique *Ze* uniformément répartie. On rappelle que *R* est donné par $R = r_0 A^{1/3}$, avec r_0 = 1,5 fm.
- **b.** Déduire de ce qui précède la différence d'énergie (correspondant au terme : $a_3 Z^2 A^{-1/3}$) entre deux noyaux isobares *Z* et *Z-1*.
- **c.** Trouver le noyau le plus stable correspondant au nombre de masse *A* = 43.

2. Radioactivité des éléments transuraniens. On fabrique en laboratoire le noyau de nobélium $^{254}_{102}No$ en bombardant des noyaux de curium $^{246}_{96}Cm$ par des noyaux *X*. Une telle réaction libère en outre *4* neutrons.

- **a.** Ecrire l'équation de la réaction nucléaire et identifier *X*.
- **b.** L'isotope *254* du nobélium subit une radioactivité □ de demi-vie $T_{1/2}$ = 2,8 s. Calculer la durée au bout de laquelle *999* noyaux sur *1000*, initialement présents, ont disparu.

c. Pour caractériser le nobélium, on étudie les produits de sa désintégration. Outre les particules α, on observe également un nucléide fils *X'*. Une étude chimique montre – par ailleurs – que *X'* et le nucléide *Y'* (résultant de la désintégration β^- de l'Einsteinium $^{255}_{99}Es$) sont deux isotopes. Après avoir écrire les réactions nucléaires précitées, montrer que cette étude chimique permet de retrouver le nombre de protons contenus dans le noyau de nobélium.

3. Seuils énergétiques. Les processus suivants sont-ils énergétiquement possibles à partir des nucléons *libres* :

a. $n \rightarrow p + e^- + \overline{\nu}$

b. $p \rightarrow n + e^+ + \nu$?

Donner, le cas échéant, l'énergie maximale de l'électron (ou du positron) émis, dans le système propre du nucléon initial. On donne les masses suivantes :

$$m_p = 938{,}256\ MeV c^{-2},\ m_n = 939{,}550\ MeV c^{-2} \text{ et } m_{e^-,e^+} = 0{,}511\ MeV c^{-2}.$$

4. Spectre énergétique. La densité énergétique cinétique n_ε des neutrons émis par les noyaux fissiles dans un réacteur nucléaire est donnée par l'expression approchée :

$$n_\varepsilon = \frac{dN}{d\varepsilon_k} = a\varepsilon_k^{1/2}\exp\left(-\varepsilon_k / b\right),$$

Avec *dN* le nombre de neutrons dont l'énergie cinétique est comprise entre ε_k et $\varepsilon_k + d\varepsilon_k$, *a* et *b* deux constantes.

a. Après avoir exprimé le nombre total *N* de neutrons, déterminer la valeur moyenne $\langle \varepsilon_k \rangle$ de l'énergie cinétique de fission.

b. Faire l'application numérique pour une valeur de *b* = 1,33 MeV. Les neutrons de fission relèvent-ils en moyenne de la mécanique newtonienne ou de la relativité restreinte ?