

## EXAMEN TERMINAL de compléments de mécanique quantique EMSUA1B1

Session du 25 septembre 2019  
Durée : 1h30 - Tous documents interdits

### Questions de cours :

- A quelle condition un opérateur  $A$  est-il hermitique ?
- Soit  $P_i$  l'opérateur de projection. Rappeler sa définition dans la base  $|u_i\rangle$  et donner la relation de fermeture.

### Exercice : moment cinétique et spin 1/2

On considère l'observable  $S$  associée à un moment cinétique  $s = 1/2$  (spin). Dans ce cas précis,  $S^2$  et  $S_z$  forment un ECOC. On définit leurs valeurs propres et états propres ainsi :

$$S^2 |s, m\rangle = \hbar^2 s(s+1) |s, m\rangle ; -s \leq m \leq s ;$$

$$S_z |s, m\rangle = \hbar m |s, m\rangle.$$

On peut également définir les opérateurs échelle du spin  $S_+$  et  $S_-$  qui ont pour action

$$S_{\pm} |s, m\rangle = \hbar \sqrt{(s \mp m)(s \pm m + 1)} |s, m \pm 1\rangle.$$

1. Ecrire la représentation matricielle de  $S^2$  et  $S_z$ .
2. Ecrire la représentation matricielle des opérateurs échelle  $S_+$  et  $S_-$ . En déduire la représentation matricielle de l'observable  $S$  en utilisant les relations suivantes

$$S_x = \frac{S_+ + S_-}{2} \quad S_y = \frac{S_+ - S_-}{2i}.$$

### Exercice : composition de spin 1/2

Soit un système composé de deux particules de spin 1/2. Le Hamiltonien du système est  $H = \omega_1 S_{1z} + \omega_2 S_{2z}$  où  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont des constantes réelles. L'état initial du système est  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle + |-+\rangle)$ .

A l'instant  $t$  on mesure  $S^2 = (S_1 + S_2)^2$ . Quels résultats peut-on trouver et avec quelles probabilités ?