

EXAMEN TERMINAL de compléments de mécanique quantique EMSUA1B1

Session du 26 septembre 2018

Durée : 1h30 - Tous documents interdits

Questions de cours

- Donner l'opérateur de projection dans la base $|u_i\rangle$.
- Donner l'élément diagonal de la matrice associée à l'opérateur A décrit dans la base précédente.
- Enoncer l'équation de Schrödinger dépendante du temps et la résoudre dans une situation découplée de la forme $\Psi(x, t) = \varphi(x) \phi(t)$.
- Donner l'élément infinitésimal de volume en coordonnées sphériques.
- Enoncer le Hamiltonien adimensionné de l'oscillateur harmonique en fonction des opérateur création et annihilation de quanta de vibration.

Exercice : Calculs généraux (indépendants les uns des autres)

- Calculer la norme, le produit scalaire et en déduire la normalisation des vecteurs $|\phi_1\rangle$ et $|\phi_2\rangle$ dans le cas où $|v_1\rangle$ et $|v_2\rangle$ sont des vecteurs discrets, non-normés, mais orthogonaux tels que $|\phi_1\rangle = a|v_1\rangle + ib|v_2\rangle$ et $|\phi_2\rangle = a|v_1\rangle - ib|v_2\rangle$.
- Soient trois opérateurs linéaires dont la représentation matricielle est donnée par

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & i & 0 \\ -i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \hat{B} = \begin{pmatrix} 0 & -2i & 0 \\ 2i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \hat{C} = \begin{pmatrix} 1 & i & 1 \\ -1 & i & 1 \\ 1 & i & 1 \end{pmatrix}$$

\hat{A} , \hat{B} et \hat{C} , sont-ils hermitiens ?

- Soient \hat{A} , \hat{B} et \hat{C} des opérateurs linéaires avec $[\hat{A}, \hat{B}] = 0$ et $[\hat{B}, \hat{C}] = 0$. Peut-on en déduire que $[\hat{A}, \hat{C}] = 0$? On rappelle que $[\hat{A}, [\hat{B}, \hat{C}]] + [\hat{B}, [\hat{C}, \hat{A}]] + [\hat{C}, [\hat{A}, \hat{B}]] = 0$.

Exercice : Moments cinétiques

- A partir des relations de commutation qui le définissent, montrer que tout moment cinétique satisfait la propriété suivante $\hat{L} \wedge \hat{L} = i\hbar \hat{L}$.
- Calculez le commutateur $[\hat{S}^2, \hat{S}_i]$ où $i = x; y; z$. Que pouvez-vous en conclure ?