Questions de cours

Dans l'espace dual, le bra associé au ket précédent, dans la base des bras $<u_i|$ s'écrit : $\langle\psi| = c_1^*\langle u_1| + c_2^*\langle u_2| + \ldots + c_n^*\langle u_n|$ 1

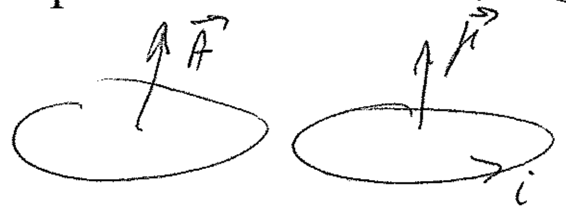
Le bra est représenté par le vecteur ligne des coefficients : $\langle\psi| = \left(c_1^* \;\; c_2^* \;\; .. \;\; c_n^*\right)$ 1

Finalement : $\boxed{Y_l^l(\theta,\varphi) = c_l(\sin\theta)^l e^{il\varphi}}$ où $c_l$ est une constante de normalisation 2

Les fonctions $Y_l^m(\theta,\varphi)$ sont appelées harmoniques sphériques. acoustique, optique

Par définition le moment dipolaire magnétique d'une boucle de courant parcourue par un courant ~~d'intensité~~ i est $\vec{\mu} = i\vec{A}$ 2

$\Downarrow$ normale à S



## 3). MODELE DE BOHR DE L'ATOME D'HYDROGENE

En coordonnées cartésiennes

$$T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \quad \text{degré } 2.$$

(On se place dans le plan de l'orbite).

$$V = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{e^2}{(x^2+y^2)^{1/2}} \quad \text{degré } -1$$

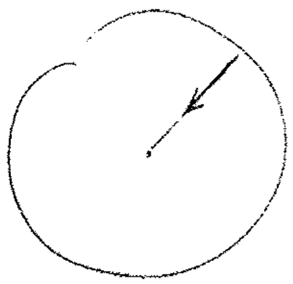
$$\left( V(bx, by) = \frac{1}{b} V(x,y) \right).$$

$\langle 2T \rangle = -\langle V \rangle$. par le théorème du viriel

la quantification conduit à

$$\underline{E_n} = nh\nu\left(-\frac{1}{2}\right) = \underline{-\frac{1}{2} nh\nu}.$$

Il faut donc déterminer la fréquence du mouvement. calcul classique :



$$|F| = \frac{e^2}{r^2}$$

$$|m\gamma| = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2$$

$$\text{PFD} : \quad \omega^2 = \frac{e^2}{mr^3} = 4\pi^2\nu^2.$$

$$\text{d'où} \quad \nu^2 = \frac{e^2}{4\pi^2 m r^3}$$

D'autre part, le théorème du viriel classique donne

$$\langle E \rangle = \langle T \rangle + \langle V \rangle = -\frac{1}{2}\langle V \rangle + \langle V \rangle$$
$$= \frac{1}{2}\langle V \rangle = -\frac{1}{2}\frac{e^2}{r}$$

ce qui permet d'éliminer $r$ dans la relation $\nu$:

$$\frac{1}{r} = -\frac{2E}{e^2}$$

et $$\nu = \frac{e}{2\pi m^{1/2}}\left(-\frac{2E}{e^2}\right)^{3/2} = +\frac{2\sqrt{2}\,e(-E)^{3/2}}{2\pi m^{1/2} e^3}$$

$$\nu = +\frac{\sqrt{2}(-E)^{3/2}}{\pi m^{1/2} e^2}$$

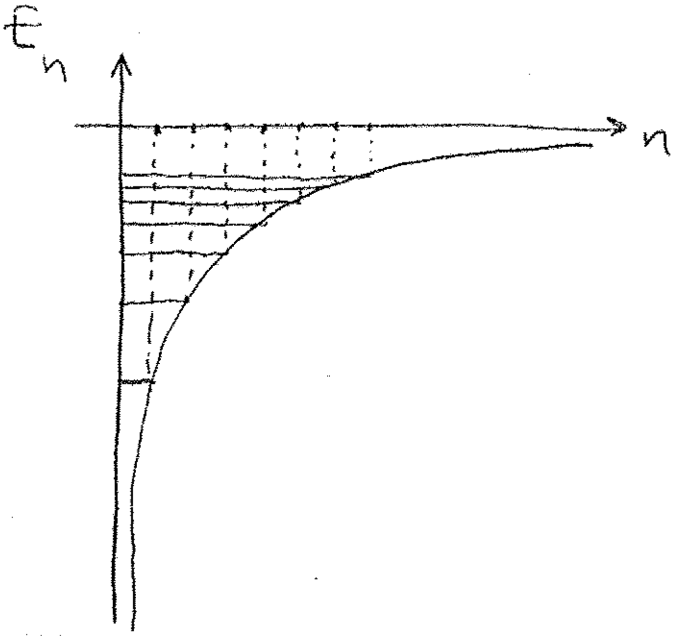
et finalement $E_n = -\frac{1}{2} n h \nu$

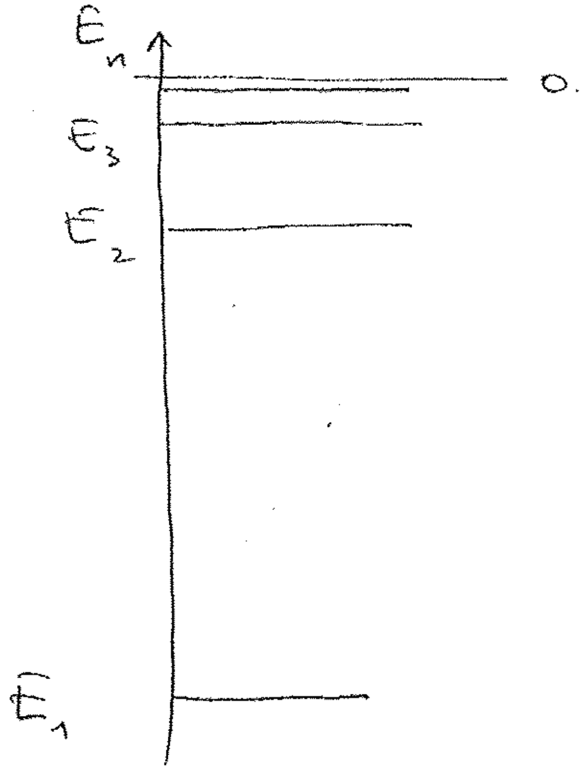
donc $$-E_n = \frac{1}{2} n h \frac{\sqrt{2}}{\pi m^{1/2} e^2}\left(-E_n\right)^{3/2}$$

$$\boxed{E_n = -\frac{2\pi^2 m e^4}{n^2 h^2} = -\frac{m e^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}}$$

où m représente la masse réduite $\mu = \frac{m_e M_p}{m_e + M_p}$ sensiblement égale à la masse de l'électron.

$E_1 = -13{,}6\ \mathrm{eV}$.



En fonction de la constante de Rydberg

on a

$$\boxed{\begin{aligned} R_H &= \frac{me^4}{4\pi\hbar^3 c} = 1.096776.10^7\ m^{-1} \\ &= 109678\ cm^{-1} \\ E_n &= -R_H \frac{hc}{n^2} \end{aligned}}$$

La quantification des rayons des orbitales classiques permises s'obtient en reportant dans

$$\boxed{r_n = -\frac{e^2}{2E_n} = \frac{\hbar^2}{me^2} n^2 = n^2 a_0}$$

où $\underline{a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}} = \frac{(10^{-34})^2}{9.1\,10^{-31}\,(1.6.10^{-19})^2\,9.10^9} = \underline{0{,}529\,A_0}$.

<u>Relations de Heisenberg :</u>

$$\mathcal{V}(r) = -\frac{e^2}{r} \quad \text{et} \quad T = \frac{p^2}{2m}$$

Supposons l'électron confiné dans un volume de dimension caractéristique $r \sim a_0$ autour du noyau

$$\Delta r \sim a_0 \sim r$$

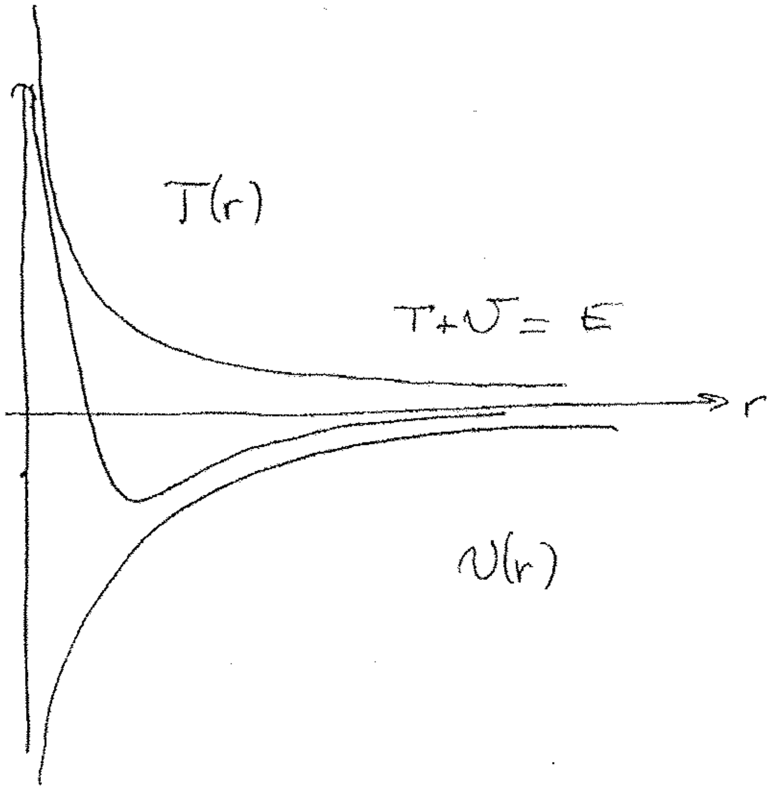
Les relations de Heisenberg

$$\Delta p\, \Delta r \sim \hbar$$

donne $\Delta p \sim \frac{\hbar}{\Delta r} \sim \frac{\hbar}{r}$

et $T(p) \sim \frac{(\Delta p)^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2mr^2}$

$$E \sim T + V \sim \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{r}$$




On obtient l'équilibre lorsque

$$\frac{dE}{dr} = 0 = -\frac{\hbar^2}{mr^3} + \frac{e^2}{r^2}$$

$$\text{soit} \quad r = \frac{\hbar^2}{me^2} = \underline{a_0 = 0{,}53\,\mathring{A}}$$

$$\text{et} \quad E_1 = \frac{\hbar^2 m^2 e^4}{2m\hbar^4} - \frac{e^2}{\hbar^2}me^2 = -\frac{1}{2}\frac{me^4}{\hbar^2} = -\frac{e^2}{2a_0}.$$