UNIVERSITE PAUL SABATIER TOULOUSE III

M1 Sciences de l'univers et technologies spatiales

année 2016/2017

EXAMEN TERMINAL de compléments de mécanique quantique EMSUA1B1

Session du 5 octobre 2016

Durée : 2h - Tous documents interdits

Questions de cours : Atome d'hydrogène

- Exprimer la décomposition d'un bra $<\Psi|$ dans la base des bras $<u_i|$ et donner sa représentation matricielle avec les coefficients associés.
- Rappeler l'équation de Schrödinger dépendante du temps à une variable d'espace x ainsi que la forme de la fonction propre associée au hamiltonien en faisant bien apparaitre son terme d'évolution temporelle. Commenter la nature de la densité de probabilité associée à cette fonction propre.
- Qu'est-ce qu'un harmonique sphérique, comment cela se note-t-il et quelles sont ses applications ?
- Comment relie-t-on un moment dipolaire magnétique aux caractéristiques d'une boucle de courant circulaire i ?

Exercice : Atome d'hydrogène

1. Rappeler l'expression du Hamiltonien $\hat{H}$ pour l'atome d'hydrogène ainsi que les valeurs propres des opérateurs $\hat{H}$, $\hat{L}^2$ et $\hat{L}_z$ associées aux états propres Ψ_{nlm}.
2. Quelle valeur peut prendre le nombre quantique n ? Pour un n donné, quelle valeur peut prendre le nombre quantique l ? Pour un l donné, quelle valeur peut prendre le nombre quantique m?
3. Soit la fonction d'onde Ψ_{1s} de l'atome d'hydrogène : $\Psi_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right)$, où r désigne la distance de l'électron au noyau et a_0 le rayon de Bohr ($a_0 = 0{,}53$ Å).

   Ecrire la densité volumique $\rho_{v1s}(r,\theta,\varphi)$ et la densité radiale $\rho_{r1s}(r)$ de probabilité de présence pour l'état $1s$.
4. Déduire de cette dernière les valeurs moyennes $< r >$, $< r^2 >$, ainsi que l'écart type Δr pour l'état $1s$.
5. Calculer la distance au noyau où la densité radiale de probabilité de présence est maximale.
6. Donner la valeur des nombres quantiques n, l, m pour cet état.

On rappelle : $\int_0^\infty r^n \exp(-ar)dr = \frac{n!}{a^{n+1}}$ avec $a > 0$ et n entier > -1.