UNIVERSITE TOULOUSE III
Licence Mention Physique Parcours Sciences Physiques et Chimiques
2nd semestre 2011-2012

Thermodynamique Statistique

TD6 : Diffusion thermique

I. Equilibre d'un mammifère

Un mammifère peut être schématisé par une sphère de muscle de centre O et de rayon R dont le métabolisme dégage une quantité de chaleur σ par unité de temps et de volume.

L'animal, au repos, est plongé dans l'eau ou l'air, dont on note D, pour r > R, le coefficient de diffusion thermique (D = cte). La température, pour $r \to \infty$, est la température ambiante T_0 = 20° C.

1. Enoncer la loi de Fourier en précisant les grandeurs introduites et leurs unités.
2. Compte tenu de la symétrie du problème, expliciter les composantes du vecteur densité de flux thermique dans la base locale associée au point M de coordonnées sphériques (r, φ, θ).
3. On considère la sphère de rayon r > R. Expliciter sa variation d'énergie interne, sans travail, dU entre les instants t et t+ dt compte tenu du régime stationnaire. En déduire que pour r > R : $T(r) = \frac{\sigma R^3}{3\lambda}\frac{1}{r} + T_0$
4. Représenter, pour un animal donné, et un milieu extérieur donné la température à l'extérieur de l'animal. Commentaire. Représenter sa température cutanée (T_C = T(R)) en fonction du coefficient de diffusion thermique du milieu extérieur. Commentaire.
5. Pour un milieu extérieur donné, représenter T_C en fonction de R. Commentaire.
6. Quelles doivent être les valeurs de σ pour avoir T_C = 30° C dans l'eau, puis dans l'air pour un animal tel que R = 25 cm ?

On donne D(eau) = 500 $W.m^{-1}.K^{-1}$ et D(air) = 5 $W.m^{-1}.K^{-1}$

II. Isolation thermique d'une canalisation

Un fluide circule à l'intérieur d'une canalisation cylindrique que l'on suppose infiniment longue. Elle est entourée d'un manchon cylindrique isolant. On note r_i et r_e les rayons intérieur et extérieur du manchon et λ sa conductivité thermique.

On suppose le régime stationnaire atteint. La température imposée par le fluide sur la face interne du manchon (r_i) est T_i ; la face externe (r_e) au contact de l'air est à la température T_e ($T_i > T_e$).

1. Indiquer les variables dont dépend la température T du manchon à une distance r de l'axe ($r_i < r < r_e$).

2. Ecrire l'équation différentielle satisfaite par T. En déduire les expressions de T_i - T et $\frac{dT}{dr}$ en fonction de r, r_i, r_e, T_i et T_e.

3. Enoncer la loi de Fourier et déterminer l'équation aux dimensions du coefficient de conductivité thermique λ.

4. Calculer la puissance thermique traversant le manchon sur une longueur L à une distance r de l'axe. En déduire la résistance thermique du manchon sur une longueur L.

III. Déperdition thermique d'une coque métallique de forme sphérique

On considère une coque d'acier sphérique de conductivité thermique λ = 46 SI, de rayon intérieur r_i= 20 cm et de rayon extérieur r_e= 22 cm. La paroi intérieure est portée à la température T_i= 320 K et la paroi extérieure à la température T_e= 293 K. Le régime permanent est établi.

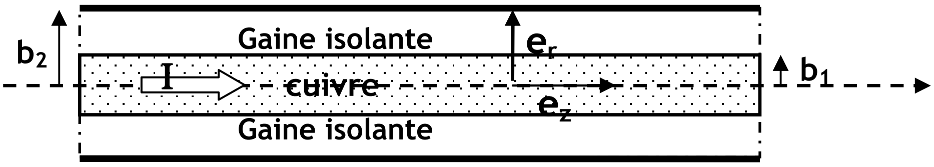
1. Déterminer la résistance thermique R_{th} de cette coque en régime stationnaire.

2. Calculer, en kW, le flux de déperdition thermique I_U à travers la coque.

IV. Conduction thermique à symétrie cylindrique et effet Joule

Soit un fil cylindrique homogène de cuivre, d'axe z'z, de section S_1, de rayon b_1=1cm, supposé infiniment long (on négligera les effets de bord), de conductivité thermique λ_C =390 $W.m^{-1}.K^{-1}$et de résistivité électrique ρ_C=1.7 10^{-8} Ω.m. Ce fil de cuivre, de résistance R ($R=\rho_C L/S_1$), est parcouru par un courant électrique (uniformément réparti) d'intensité constante I= 300 A.

A. Le fil est enveloppé d'une gaine isolante, de conductivité thermique λ_i, de section S_2 et de rayon b_2= 2 b_1 et coaxiale au fil. La paroi externe de la gaine est maintenue à la température T_a=293 K. En régime stationnaire, la chaleur dissipée par effet Joule dans le cuivre traverse la gaine isolante.



1. Calculer la puissance σ_U produite par effet Joule dans une section de longueur L du fil de cuivre par unité de volume. Donner l'expression du courant volumique d'énergie interne J_U (r) dans le fil pour $0 \leq r \leq b_1$.

2. Montrer qu'en régime stationnaire, l'équation différentielle dans le fil s'écrit : $\Delta T = -\frac{\sigma_U}{\lambda_C}$. Etablir la loi de variation de la température T(r) en fonction de $T(r=0)=T_0$, r, b_1, I, ρ_C et λ_C. (On retiendra une constante d'intégration qui assure que T(r=0) reste finie. Pourquoi le gradient de température dans le fil de cuivre est négligeable ?

3. Déterminer le flux thermique $I'_U(r)$ et le courant volumique d'énergie interne $J'_U(r)$ à travers la gaine isolante. Etablir la loi de variation de la température T(r) dans la gaine isolante pour $b_1 \leq r \leq b_2$ en fonction de T_a, r, b_1, b_2, I, ρ_C et λ_i. En déduire la température de la surface de contact métal-isolant $T(r=b_1)=T_c$.

5) On mesure T_C=298 K, déterminer la valeur de la conductivité thermique de l'isolant λ_i.