

Thermodynamique Statistique

TD4 : - Rayonnement du corps noir

I. Rayonnement du corps noir et laser

Un laser Hélium-Néon fournit un faisceau quasi-monochromatique autour d'une longueur d'onde $\lambda = 632.8$ nm et de largeur spectrale $d\lambda = 10^{-3}$ nm. Le faisceau à une puissance P de sortie de 1 mW sous un angle solide $d\Omega = \pi \cdot 10^{-8}$.

On souhaite déterminer la température T d'un corps noir de surface $S = 1$ cm² si celui-ci était utilisé pour produire le même faisceau dans une direction normale à sa surface en utilisant un filtre adéquat. On rappelle que la densité spectrale d'énergie par unité de volume d'un corps noir, établie par Planck, a pour expression

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1}$$

1) Etablir le nombre de photons, par unité de volume $d^3n(\lambda, T, \theta)$, de longueurs d'onde comprises entre λ et $\lambda + d\lambda$, émis par le corps noir de surface S dans l'angle solide $d\Omega$ autour de la direction faisant un angle θ avec la normale à S .

2) En déduire la puissance rayonnée P dans une direction normale à sa surface ($\theta = 0$). On posera $P_0 = \frac{2 hc^2 S}{\lambda^5} d\lambda d\Omega$

3) Calculer en K la température T du corps noir. Commentaires.

4) Retrouver par le calcul la puissance rayonnée par un corps noir idéal (loi de Stephan) en intégrant sur toutes les directions.

$$\text{On donne } \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$$

II. Rendement d'une lampe à filament de Tungstène

Un filament de tungstène d'une lampe est porté à une température $T = 2500$ K. Le filament sera considéré comme un corps noir.

1. Evaluer le rendement r du filament de tungstène, c'est à dire la fraction de l'énergie électromagnétique rayonnée dans le visible à la température T . On donne

les longueurs d'onde extrêmes du visible : $\lambda_1 = 0.8\mu\text{m}$ (à la limite de l'infra-rouge) et $\lambda_2 = 0.4\mu\text{m}$ (à la limite de l'UV).

3. Quel est l'intérêt d'augmenter la température du filament ?

Rappels : La densité spectrale d'énergie électromagnétique par unité de volume $u(\lambda, T)$ dans le corps noir est donnée par la loi du rayonnement de Planck :

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1} \quad \int x^3 e^{-x} dx = -e^{-x}(x^3 + 3x^2 + 6x + 6)$$

III. Transfert d'énergie par rayonnement- Ecran thermique

Deux plaques planes noires (non réfléchives) A et B sont disposées parallèlement et portées à deux températures T_A et T_B (par exemple $T_A > T_B$).

1. Si le vide règne entre celles-ci, exprimer le flux d'énergie Φ rayonné à travers une surface unité s située dans le vide entre les deux surfaces noires A et B et parallèlement à celles-ci en fonction de T_A , T_B et la constante de Stefan-Boltzmann $\sigma_B = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$. (Les surfaces sont assez grandes pour que l'on puisse négliger les effets de bord)

Une troisième plaque noire C, isolée thermiquement, est insérée parallèlement entre les deux autres et se met sous l'effet du rayonnement à une température d'équilibre T_c .

2. Calculer T_c en fonction de T_A et T_B de manière qu'il y ait équilibre du rayonnement entre A et B, c'est à dire que le flux net d'énergie à travers une surface s soit le même entre A et C qu'entre C et B. Quel est alors le nouveau flux Φ' à travers s . Calculer le rapport Φ'/Φ . Par quel facteur le flux est-il diminué ?

On généralise le processus précédent (principe des écrans de rayonnement pour réduire le transfert de chaleur dite radiative). On insère alors N surfaces noires parallèles entre A et B.

4. Déterminer la température T_n de la surface n ($1 \leq n \leq N$) lorsqu'il y a équilibre du rayonnement entre A et B. Quel est alors le flux Φ'' à travers la surface s ? Déterminer le rapport Φ''/Φ .

On insère maintenant une plaque E réfléchive (« Ecran thermique ») entre les plaques noires A et B. On considère que cette surface D possède un facteur d'absorption, a , pratiquement constant dans tout le spectre et un facteur de réflexion $r = 1 - a$.

5. Quelle température d'équilibre T_D peut atteindre cet écran ? Quel est alors le flux d'énergie Φ_E rayonné entre A et B en présence de l'écran thermique ?

L'ensemble des plaques A, B et D peut représenter schématiquement un cryostat à Hélium à double paroi où les surfaces A et B sont respectivement les parois externe et interne du cryostat entre lesquelles on a fait le vide. Le cryostat, placé dans une pièce à la température ambiante ($T_A = 296$ K) est rempli d'Hélium liquide à la température $T_B = 4.2$ K. Un écran thermique, placé entre les parois externe et interne, permet donc de réduire le transfert d'énergie par rayonnement entre le milieu extérieur et l'hélium liquide à travers le vide.

6. Calculer la température T_E de l'écran thermique de facteur de réflexion $r = 0.95$. Calculer le rapport Φ_E/Φ .