

### Electromagnétisme de la matière

Examen terminal- 2<sup>ème</sup> session  
(durée 2h)

#### I. Question de cours :

- 1) Supraconductivité : Expliquer pourquoi un matériau supraconducteur peut être considéré comme un diamagnétique parfait et décrire une expérience de lévitation magnétique utilisant un matériau supraconducteur. (3 pts)
- 2) Un échantillon de matière de susceptibilité magnétique  $\chi$  est plongé dans une région de l'espace où règne un gradient uniforme de champ magnétique  $\mathbf{grad}(\mathbf{B})$ . En partant de la définition de l'énergie potentielle d'un moment magnétique  $\boldsymbol{\mu}$  situé dans une région de l'espace où règne un champ magnétique  $\mathbf{B}$ , montrer que la force qui s'exerce sur l'échantillon de matière est:  $\mathbf{F} = \chi \cdot \mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$ . En déduire une règle expérimentale pour distinguer un comportement diamagnétique d'un comportement paramagnétique. (3 pts)

#### II. Condensateur à diélectrique. (6 pts)

Une lame d'un milieu diélectrique LHI, caractérisé par une permittivité absolue  $\epsilon$  acquiert, sous l'effet d'un champ  $\mathbf{E}$ , appliqué perpendiculairement à ses faces (Fig.1), une polarisation volumique  $\mathbf{P}$  uniforme.

1. Quelle est la distribution de charges équivalentes à un tel état de polarisation ? Calculer en fonction de  $\mathbf{E}_a$ ,  $\epsilon_0$  et  $\epsilon$ , les valeurs du champ électrique  $\mathbf{E}$ , du déplacement électrique  $\mathbf{D}$  et de la polarisation  $\mathbf{P}$  en tout point intérieur ou extérieur à la lame.

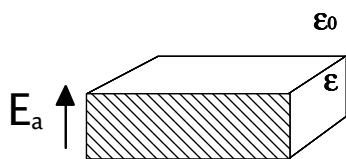


Figure 1

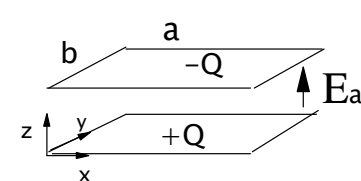


Figure 2

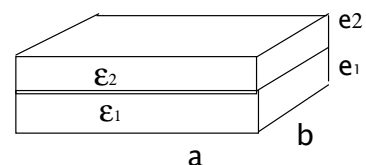


Figure 3

2. Les deux armatures planes rectangulaires d'un condensateur à vide (Fig.2) sont espacées de  $e$  et sont initialement chargées ( $Q > 0$  et  $-Q$ ). On introduit entre ces armatures maintenues isolées, une lame matérielle qui emplit totalement le volume inter-armatures. On néglige tout effet de bord. On choisit la direction  $Oz$  perpendiculaire aux armatures; on note  $e$  la distance inter-armatures, et  $a$  et  $b$  les côtés respectivement parallèles à  $Ox$  et  $Oy$ .

La lame introduite est constituée de deux milieux matériels LHI superposés en deux lames d'épaisseurs respectives  $e_1$  et  $e_2$  (Fig.3) caractérisés par leur permittivité  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$ . Calculer  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{D}$  et la nouvelle valeur de la capacité.

### III. Cylindre uniformément aimanté selon son axe (4 pts)

On considère un cylindre ferromagnétique supposé infiniment long d'aimantation uniforme  $\mathbf{M} = M \mathbf{e}_z$  où  $\mathbf{e}_z$  est le vecteur unitaire porté par l'axe du cylindre.

- 1) On s'intéresse à la description du milieu uniformément aimanté par une distribution de courants surfaciques. Exprimer le vecteur courant surfacique d'aimantation  $\mathbf{J}_s$  en fonction de  $M$  et de  $\mathbf{e}_\phi$ .
- 2) On rappelle que le champ  $\mathbf{B}$  créé à l'intérieur d'un solénoïde infiniment long parcouru par un courant  $nI$  par unité de longueur vaut  $B = \mu_0 nI \mathbf{e}_z$ . Utiliser ce modèle pour donner une expression de  $\mathbf{B}$  en fonction de  $\mathbf{M}$ .

### IV. Modèle de Drude : électron élastiquement lié en présence d'une onde électromagnétique plane. (4 pts)

On considère un électron, de masse  $m$ , de charge  $-e$ , lié élastiquement à une molécule du diélectrique de centre d'inertie  $O$ . On désigne par  $s$  son déplacement sous l'effet du champ électrique. L'électron est soumis à une force de rappel  $-m\omega_0^2 s$ , à une force de frottement proportionnelle à sa vitesse  $-(m/\tau) ds/dt$  qui traduit l'effet de différentes causes d'amortissement de son mouvement, et à la force due à l'action du champ électromagnétique de l'onde plane. *Dans tout l'exercice, on confondra champ local et champ appliqué.* On suppose que la vitesse  $v$  de l'électron reste toujours petite devant celle de la lumière dans le vide  $c$ . On admet que la force exercée par le champ magnétique est négligeable devant celle exercée par le champ électrique.

1. Ecrire l'équation du mouvement de l'électron. Quelle est la signification physique de  $\tau$ ?
2. Le champ macroscopique  $\mathbf{E}$  de l'onde dans le milieu est sinusoïdal. Le milieu comporte  $N$  électrons liés du même type par unité de volume et on confondra champ local et champ appliqué. Démontrer l'expression suivante de la polarisation  $\underline{\mathbf{P}}$  en régime harmonique :

$$\underline{\mathbf{P}} = \frac{Ne^2}{m} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega/\tau} \underline{\mathbf{E}}.$$

3. En déduire les expressions de la susceptibilité complexe  $\chi$  et de la permittivité relative complexe  $\epsilon_r$  du diélectrique, en fonction de  $\omega_p = (Ne^2 / m\epsilon_0)^{1/2}$ ,  $\omega$ ,  $\omega_0$ , et  $\tau$ . Quelle est la signification physique de  $\omega_p$ ?