

I. Cours 1. Supraconductivité (3pts)

Effet MEISSNER  $\Rightarrow \vec{B}_{in} = \vec{B}_a + \vec{B}_{m,in} = \vec{0}$  (0,5)

Les lignes de champ  $\vec{B}$  sont expulsées du matériau.

$\vec{H}_{in} = \frac{\vec{B}_{in}}{\mu_0} - \vec{M} = -\vec{M} \Rightarrow \vec{M} = -\vec{H}_{in} = \chi_m \left( \frac{\vec{B}_{in}}{\mu_0} \right)$  (0,5)

donc  $\chi_m \rightarrow -\infty$  et le matériau peut être donc être considéré comme diamagnétique parfait.

Description de l'expérience de lévitation magnétique utilisant un matériau supraconducteur: expulsion des lignes de champ, force magnétique (0,5), azote liquide (0,5).

2. Grad B. l'énergie potentielle est:

$\langle \epsilon_p \rangle = \sum \langle -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \rangle = \langle -\vec{M} \cdot \vec{B} \rangle \propto (-\chi B^2)$  (0,5)

Force  $-\text{grad} \langle \epsilon_p \rangle = \text{grad}(\chi B^2) = \chi \text{grad} B^2$  (0,5)

Si  $\chi > 0 \Rightarrow$  signe de Force = signe de  $\text{grad}(B^2) =$  signe de  $\text{grad}|B|$  (0,5)

II Condensateur à diélectrique (6pts)

1.  $\vec{E} \left| \begin{array}{l} \vec{E}_{in} = \frac{\epsilon_0}{\epsilon} \vec{E}_a \\ \vec{E}_{ex} = \vec{E}_a \end{array} \right. \textcircled{1}$      $\vec{D} \left| \begin{array}{l} \vec{D}_{in} = \epsilon_0 \vec{E}_a \\ \vec{D}_{ex} = \epsilon_0 \vec{E}_a \end{array} \right. \textcircled{1}$      $\vec{P} \left| \begin{array}{l} \vec{P}_{in} = \vec{D}_{in} - \epsilon_0 \vec{E}_{in} \\ = \epsilon_0 \vec{E}_a \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon}\right) \\ \vec{P}_{ex} = \vec{0} \end{array} \right. \textcircled{1}$

On a bien  $\vec{E}_{in} = \vec{E}_{m,in} + \vec{E}_a = -\frac{\vec{P}}{\epsilon_0} + \vec{E}_a = -\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} - 1\right) \vec{E}_{in} + \vec{E}_a$

Distribution des charges:

$\left[ \begin{array}{c} + + + + + \\ - - - - - \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \vec{D}_{in} = \vec{P} \cdot \vec{n} \\ \vec{n} = \pm \vec{e}_x \end{array} \right\} \sigma_{in} = \pm P ; \text{Continuité de } D_n$  (1)

2.  $\vec{D}_1 = \epsilon_1 \vec{E}_1$  et  $\vec{D}_2 = \epsilon_2 \vec{E}_2$ ;  $\vec{D}_1 = \vec{D}_2 = \vec{D}_{ex} = -\sigma_{ex} \vec{e}_x$  (0,5)

$\vec{U} = e_1 E_1 + e_2 E_2 = e_1 \frac{D_1}{\epsilon_1} + e_2 \frac{D_2}{\epsilon_2} = \left(\frac{e_1}{\epsilon_1} + \frac{e_2}{\epsilon_2}\right) D = \left(\frac{e_1}{\epsilon_1} + \frac{e_2}{\epsilon_2}\right) \frac{Q}{ab}$  (0,5)

$C = \frac{ab}{\frac{e_1}{\epsilon_1} + \frac{e_2}{\epsilon_2}} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2}}$ , 2 capacités en série. (0,5)

III. Cylindre uniformément aimanté selon son axe. (4pts)

$$1. \vec{J}_{s, \text{in}} \stackrel{(1)}{=} \vec{M} \times \vec{n}_{\text{ex}} = M \vec{e}_z \times \vec{e}_r \stackrel{(1)}{=} M \cdot \vec{e}_\varphi \quad \text{donc } J_s = M.$$

$$2. \vec{B}_m \stackrel{(1)}{=} \mu_0 \vec{M} \quad \text{car } \vec{J}_s \stackrel{(1)}{=} n I \vec{e}_\varphi \quad \text{et } \vec{B}_m = \mu_0 \underbrace{(n I)}_{J_s} \vec{e}_z$$

IV. Modèle de Drude. (4pts)

$$1. m \frac{d^2 \vec{S}}{dt^2} = -e \left( \vec{E} + \underbrace{\frac{d\vec{S}}{dt} \wedge \vec{B}}_{\text{négligeable}} \right) - \frac{m}{\tau} \frac{d\vec{S}}{dt} - m \omega_0^2 \vec{S} \quad (1)$$

$\tau$  est le temps de relaxation de la vitesse (long si la vitesse reste inchangée). (0,5)

$$2. \vec{E} = \underline{\underline{E}}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \quad \text{et} \quad \vec{S} = \underline{\underline{S}}(\vec{r}) e^{-i\omega t}$$

$$-m\omega^2 \underline{\underline{S}} = -e \underline{\underline{E}} + i \frac{m\omega}{\tau} \underline{\underline{S}} - m\omega_0^2 \underline{\underline{S}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S}} = -\frac{e}{m} \frac{\underline{\underline{E}}}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega/\tau} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{P}} = N(-e) \underline{\underline{S}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P}} = \frac{N e^2}{m} \cdot \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega/\tau} \underline{\underline{E}} \quad (1)$$

$$3. \underline{\underline{P}} = \underbrace{\frac{N e^2}{m \omega_0^2 \epsilon_0}}_{\chi(\omega)} \times \frac{\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega/\tau} \underbrace{\epsilon_0 \vec{E}}_{\vec{E}}$$

$$\text{on pose } \underline{\underline{\chi}}(\omega) = \underline{\underline{\epsilon}}_r(\omega) - 1 = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \cdot \frac{\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega/\tau} \quad (1)$$

où  $\omega_p^2 = \frac{N e^2}{\epsilon_0 m}$  soit  $\omega_p = \sqrt{\frac{N e^2}{\epsilon_0 m}}$  = pulsation de plasma est la pulsation d'oscillation collective des charges. (0,5)