

## Partiel d'électromagnétisme dans la matière

*Durée 1h30 - Tous documents interdits*

### Question de cours :

#### **Polarisation d'un gaz de molécules polaires sous faible pression:**

- 1 Donnez les différentes contributions à la polarisation d'un gaz de molécules polaires sous faible pression. Exprimer la polarisabilité totale.
- 2 Exprimez la polarisation pour un tel gaz de densité  $N$  molécules / $m^3$  en fonction du champ électrique local, puis du champ macroscopique.
- 3 Donnez la relation qui relie la permittivité relative et la polarisabilité.

### Exercice 1

Deux plaques conductrices, parallèles et supposées infinies dans les directions  $y$  et  $z$ , sont placées en  $x = -d$  et  $x = +d$ . L'espace entre-elles contient un milieu diélectrique, dont la permittivité varie spatialement selon :

$$\varepsilon = \frac{4\varepsilon_0}{\left(\frac{x}{d}\right)^2 + 1}$$

Les plaques sont chargées en surface avec une distribution de charges  $\sigma_{\text{ex}}$  telle que la différence de potentiel entre les armatures prend la valeur  $V_0$

1. Par des arguments d'invariances et de symétries, montrez que le vecteur déplacement électrique  $\mathbf{D}$  dans le diélectrique ne dépend que de la variable  $x$  et qu'il est dirigé suivant  $\mathbf{e}_x$ .
2. Énoncez le théorème de Gauss dans un MILIEU MATERIEL. Sachant que  $\mathbf{D}$  est nul en dehors des armatures, montrez qu'il est constant entre les armatures ; vous donnerez son expression en fonction de  $\sigma_{\text{ex}}$ . Exprimez alors le champ électrique  $\mathbf{E}$  en fonction de  $D$ ,  $d$  et  $x$ .
3. En déduire l'expression du potentiel électrique,  $V(x)$  entre les deux plaques conductrices ; on prendra l'origine du potentiel en  $x = -d$
4. Exprimez le vecteur « polarisation volumique »  $\mathbf{P}$ , ainsi que la densité volumique de charges de polarisation,  $\rho_{\text{int}}$ .

### Exercice 2

Considérons un condensateur sphérique dont l'espace entre les armatures est rempli par un milieu diélectrique non-homogène dont la permittivité suit la dépendance radiale suivante :

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \frac{1}{r^2}.$$

$\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  sont deux constantes telles que  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ . Les armatures externe et interne, de rayon respectif  $b$  et  $a$  sont chargées respectivement avec une charge totale  $-Q$  et  $+Q$ .

1. Énoncez les formes locale et intégrale du théorème de Gauss pour les milieux matériels. Appliquez le aux trois régions mentionnées ci-dessus :  $r < a$ ,  $a < r < b$  et  $r > b$ .
2. En déduire le champ électrique dans le milieu matériel.
3. Calculez la différence de potentiel entre les armatures. Indication : dans le calcul du potentiel, le changement de variable  $x = (\varepsilon_1/\varepsilon_2)^{1/2} r$  est suggéré. En outre, on rappelle que  $\int_a^b \frac{dx}{1+x^2} = [\tan^{-1} x]_a^b$ .
4. Donnez la capacité  $C$  du condensateur ainsi chargé.