UNIVERSITE
PAUL
SABATIER
TOULOUSE III

13/06/2007

Licence de Sciences Physiques et Chimiques
L3

Contrôle d'électromagnétisme

Durée : 2h - Tous documents interdits

I) Absorption par des électrons liés

On considère une onde plane monochromatique se propageant suivant l'axe *Oz* d'une ampoule cylindrique contenant du néon et dont le champ électrique est :
$\vec{E} = E_0 \exp(-i(\omega t - kz))\, \vec{u}_x$
On s'intéresse au processus d'absorption dû aux électrons « liés » du néon, lorsque la pulsation ω de l'onde est voisine de la pulsation propre ω_0 des électrons, qui a pour valeur $\omega_0 = 3\ 10^{15}\ rad\ s^{-1}$.
Le mouvement d'un tel électron est régi par l'équation :

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -m\omega_0^2\vec{r} - 2m\Gamma\frac{d\vec{r}}{dt} - e\vec{E}.$$

Dans le membre de droite de cette équation, le premier terme décrit la force de liaison de l'électron, le deuxième une force de « frottement » traduisant les chocs subit par l'électron, le troisième la force due au champ électrique (on néglige la contribution du champ magnétique).

1. En considérant la distance typique entre *2* atomes de néon, justifiez que l'on puisse négliger la dépendance spatiale en $\exp ikz$.
2. Trouvez, en régime stationnaire, les expressions complexes des vecteurs déplacement $\vec{r}$ et vitesse $\vec{v}$.
3. S'il y a *Z* électrons par molécule et *N* molécules par unité de volume, quelle est l'expression complexe du vecteur polarisation **P** défini par $\vec{P} = NZ(-e)\vec{r}$? Le milieu étant un milieu L.H.I, en déduire la permittivité complexe relative $\varepsilon_r(\omega)$.
4. On pose $\varepsilon_r = \varepsilon' + i\varepsilon''$. Donner les expressions de ε' et ε'' de Quelle est la signification physique de ε'' ? Montrer que pour ω très voisin de ω_0, on peut écrire ε'' sous la forme simplifiée

   $$\varepsilon'' \approx \frac{A}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2},$$

   avec A une constante à préciser.

   Question hors barème :

5. Donner l'allure de la courbe ε'' au voisinage de ω_0. Déterminer la largeur à mi-hauteur $\Delta\omega$ de la bande d'absorption obtenue, dans le cas où $\Gamma = 3\,10^{-6}\,\omega_0$.

II) Champ magnétique crée par un disque aimanté

On considère un disque en fer, plat, de centre O, d'axe Oz, de rayon 1 cm et de hauteur 1 mm. On va considérer dans tout l'exercice que ce disque est aimanté de manière permanente et constante (aimantation à saturation) selon son axe Oz. Cette aimantation est due à l'orientation de deux électrons par atome de fer portant chacun le moment magnétique μ_B (magnéton de Bohr : $9{,}27 \times 10^{-24}$ A.m^2). Le fer a une masse volumique $\rho = 8$ g.cm^{-3} et sa masse atomique vaut A=56.

1) a) Donner successivement les expressions de la concentration d'atomes de fer, de l'aimantation $\mathbf{M_S}$ et du moment magnétique $\boldsymbol{\mu}$ du disque puis calculer numériquement l'aimantation et le moment magnétique. Rappel : $\mathcal{N}_a = 6{,}02 \times 10^{23}$ mol^{-1}

b) Etablir l'expression puis calculer la valeur du champ $\mathbf{B_1}$ créé au point O_1 sur l'axe Oz du disque à 10 cm du centre O. A cette distance, le disque agit comme un dipôle de moment $\boldsymbol{\mu}$ porté en O**.** On rappelle l'expression du champ créé par un dipôle :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}\left[3\frac{(\vec{\mu}.\vec{r})\vec{r}}{r^2} - \vec{\mu}\right]$$

2) La matière uniformément aimantée à la valeur $\mathbf{M_S}$ crée un champ $\mathbf{B_0}$ au centre O du disque.

a) Exprimer les densités surfaciques des courants d'aimantation sur les faces du disque.

b) Exprimer la densité surfacique $\mathbf{J_S}$ du courant d'aimantation sur la périphérie (tranche) du disque.

c) Déduire l'amplitude I du courant circulant sur la tranche du disque. La calculer.

d) On veut calculer le champ $\mathbf{B_0}$ créé au centre du disque par la courant I sur la tranche du disque. Pour cela on considèrera la tranche du disque comme une spire circulaire d'épaisseur négligeable. On rappelle que le courant I circulant dans un élément de longueur **dl** en un point P engendre au point O un champ magnétique **dB** donné par la loi de Biot et Savart :

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} I.\overrightarrow{dl} \wedge \frac{\overrightarrow{PO}}{PO^3}$$

Donner l'expression de $\mathbf{B_0}$ et sa valeur numérique.

e) Exprimer et calculer l'excitation magnétique **H** au centre du disque.

3) On considère un point O_1 de coordonnée z sur l'axe Oz. Ce point est suffisamment éloigné pour pouvoir écrire que $PO_1 \approx z$. Exprimer **dB** au point O_1 à partir de la loi de Biot et Savart. Puis, exprimer **B** au point O_1. On pourra s'aider des symétries du système pour faciliter le calcul. Calculer B pour z =10cm.