

## CONTRÔLE TERMINAL « PROPRIETES ELECTROMAGNETIQUES DE LA MATIERE »

**I. Polarisation d'orientation :**

Pour un milieu contenant  $n$  molécules par unité de volume et pour lequel le mécanisme de polarisation prépondérant est la polarisation d'orientation, Debye a montré que les variations en fonction du temps de la polarisation dans un champ  $\mathbf{E}_1$  sont données par l'équation différentielle suivante:

$$\mathbf{P} + \tau \frac{d\mathbf{P}}{dt} = n \alpha(0) \epsilon_0 \mathbf{E}_1$$

- A  $t=0$ , un champ  $\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_0$ , constant est établi ; donner la valeur atteinte par la polarisation en régime permanent, sachant qu'elle était nulle au départ.
- Donner la signification physique de  $\alpha(0)$  et de  $\tau$ . Quelle est leur unité ?
- Dans le cas où le champ est sinusoïdal,  $\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_0 \exp -i\omega t$ , calculer la polarisabilité complexe  $\underline{\alpha}(\omega)$ .
- Dans l'hypothèse où l'on peut confondre, champ local et champ macroscopique, calculer la permittivité relative complexe  $\epsilon_r(\omega) = \epsilon_r'(\omega) + i \epsilon_r''(\omega)$ . Représenter sur un même graphe les variations de  $\epsilon_r'(\omega)$  et de  $\epsilon_r''(\omega)$ . Commenter

**II. Propagation dans un milieu diélectrique :**

On s'intéresse à la propagation d'un champ électromagnétique ( $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ ) dans le domaine du visible (hautes fréquences) dans un milieu non magnétique caractérisé par une polarisation  $\mathbf{P}(\mathbf{r},t)$ .

- Rappeler les équations de Maxwell vérifiées par les champs ( $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ ) et ( $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{H}$ ) à l'intérieur du milieu qui ne contient pas de charges ni de courants extérieurs. En utilisant les définitions de  $\mathbf{H}$  et de  $\mathbf{D}$  et en éliminant  $\mathbf{B}$ , en déduire l'équation d'onde vérifiée par le champ électrique  $\mathbf{E}$  en fonction de  $\mathbf{P}$ .
- On recherche les conditions de propagation d'ondes planes monochromatiques transverses électriques ( $\mathbf{E} \perp \mathbf{k}$ ). Montrer en utilisant la notation complexe  $\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{E}}_0 \exp i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)$  et  $\underline{\mathbf{P}} = \underline{\mathbf{P}}_0 \exp i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)$  que pour de telles ondes  $\text{div} \mathbf{E} = 0$ . Montrer alors que l'équation d'onde se réduit à  $(k^2 - \omega^2/c^2) \underline{\mathbf{E}}_0 - \omega^2/c^2 \underline{\mathbf{P}}_0/\epsilon_0 = \mathbf{0}$ .
- Pour les fréquences du domaine visible, la polarisation du milieu est d'origine électronique. La susceptibilité électronique  $\chi_e$  est alors réelle et positive. Que devient dans ce cas l'équation d'onde (b) ? En déduire que la propagation d'ondes planes transverses électriques est possible et donner la relation de dispersion  $\omega(k)$  ?

### III. Champ créé par une sphère uniformément aimantée :

On se propose de calculer le champ magnétique  $\mathbf{B}$  à l'extérieur d'une sphère de rayon  $R$ , aimantée uniformément d'aimantation  $\mathbf{M} = M\mathbf{e}_z$ .

- a) Ecrire l'intégrale donnant le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  créé par un milieu aimanté.
- b) Montrer que si l'aimantation est uniforme, on peut écrire le potentiel vecteur en fonction d'une intégrale homogène à un champ électrique (champ auxiliaire)
- c) A l'aide du théorème de Gauss dans le vide, calculer ce champ électrique à l'extérieur de la sphère.
- d) Calculer le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  à l'extérieur de la sphère.
- e) En déduire  $\mathbf{B}$  créé à l'extérieur de la sphère par le milieu aimanté, sachant que  $\mathbf{rot} A_\varphi \mathbf{e}_\varphi = (1/r \sin\theta) \partial(A_\varphi \sin\theta) / \partial\theta \mathbf{e}_r - 1/r \partial(r A_\varphi) / \partial r \mathbf{e}_\theta$ .