UNIVERSITE PAUL SABATIER **Juin 2004**
LICENCE DE SCIENCES PHYSIQUES ET CHIMIQUES

EXAMEN DE PROPRIETES ELECTROMAGNETIQUES DE LA MATIERE
(durée 2h)

I. QUESTION DE COURS :

1 Enoncez le théorème de Gauss pour un milieu matériel.
2 Enoncez le théorème d'Ampère pour un milieu matériel.

Dans les deux cas, vous expliciterez précisément chaque terme.

II. POLARISATION D' ORIENTATION :

Les propriétés diélectriques d'un cristal sont dues à l'existence de N molécules organiques par unité de volume porteuses d'un moment dipolaire permanent de norme p_0. Sous l'action d'un champ électrique, les dipôles ont tendance à s'orienter malgré l'agitation thermique. La structure cristalline est très anisotrope et seules deux orientations des moments sont possibles, soit dans le même sens (position1), soit en sens inverse (position 2) du champ électrique appliqué (on confondra champ local et champ appliqué). Les populations N_i (i =1 ou 2) associées sont déterminées à l'équilibre, par la statistique de Maxwell-Boltzmann :

$N_i = C \exp(-U_i / k_B T)$ où U_i est l'énergie potentielle du moment dipolaire en présence du champ électrique et C une constante de normalisation.

1 Exprimez U_i et N_i en fonction du champ appliqué, de la température et de p_0 (vous expliciterez notamment la constante C)

2 Exprimez la polarisation en fonction des mêmes variables qu'à la question précédente.

3 Dans quelle gamme de champ et de température est il possible de définir une susceptibilité diélectrique ? Exprimez la en fonction de la température. On rappelle que pour $x \ll 1$, $\text{th}(x) \sim x$.

III. POLARISATION EN REGIME VARIABLE – PERTES DIELECTRIQUES :

L'évolution au cours du temps de la polarisation **P** supposée uniforme d'un matériau diélectrique est régie par l'équation suivante : $d\mathbf{P}/dt = -[\,\mathbf{P} - \chi_s\, \varepsilon_0\, \mathbf{E}]/\tau$ où χ_s est la susceptibilité statique du milieu et τ une constante.

.

1 A l'instant t = 0, un champ électrique est brusquement établi à la valeur constante E_0. Donnez la solution générale pour **P**(t) de l'équation ci-dessus et montrez qu'elle tend vers une valeur limite P_0. Représenter graphiquement cette variation. Quelle signification physique pouvez vous donner à τ ?

2 Le diélectrique polarisé uniformément est le siège, en régime variable d'un courant de polarisation $\mathbf{J_{in}}$. On rappelle que la puissance volumique fournie au milieu par les sources du champ électrique **E** s'écrit : $dP/dV = \mathbf{J_{in}}\mathbf{E}$.

2.a Rappelez la définition de $\mathbf{J_{in}}$.

2.b Le champ étant établi brusquement à la valeur E_0, calculez l'énergie fournie à un volume *V* du matériau pour obtenir la polarisation finale P_0.

2.c La polarisation est établie de manière quasi-statique en faisant évoluer E de 0 à E_0 suffisamment lentement pour que $\| d\mathbf{P}/dt \| \ll \| \mathbf{P}/\tau \|$ dans l équation d'évolution de la polarisation. Calculez l'énergie nécessaire pour polariser le volume *V* du matériau. Comment expliquez vous la différence avec l'énergie calculée à la question **2.a** ?

IV. MAGNETISME :

Soient deux sphères concentriques de rayons respectifs a et b ($a<b$) et de centre O. Soit r la distance d'un point quelconque de l'espace à O. Les deux régions $r<a$ et $r>b$ sont vides. La région $a<r<b$ est occupé par un aimant rigide possédant une aimantation **M** indépendante du champ magnétique. Cette aimantation est donnée par :

$$\mathbf{M} = \beta\, \mathbf{r}/(4\pi r^3) \qquad a<r<b \text{ et } \beta>0$$

1 Calculez les densités volumiques et superficielles des courants macroscopiques équivalents à l'aimantation, soient respectivement $\mathbf{j_m}$ et $\mathbf{j_m}^{\mathbf{s}}$.

2 En déduire en tout point de l'espace :

- le potentiel vecteur **A**
- le vecteur champ magnétique **B**
- le vecteur excitation magnétique **H**

RAPPEL

Le rotationnel d'un champ donné en coordonnées sphériques $\vec{A}(r,\theta,\varphi)$ s'exprime

$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{r\cdot\sin(\theta)}\cdot\left(\dfrac{\partial(\sin(\theta)\cdot a_\varphi)}{\partial\theta} - \dfrac{\partial a_\theta}{\partial\varphi}\right) \\[2ex] \dfrac{1}{r\cdot\sin(\theta)}\cdot\left(\dfrac{\partial a_r}{\partial\varphi} - \dfrac{\partial(r\cdot\sin(\theta)\cdot a_\varphi)}{\partial r}\right) \\[2ex] \dfrac{1}{r}\cdot\left(\dfrac{\partial(r\cdot a_\theta)}{\partial r} - \dfrac{\partial a_r}{\partial\theta}\right) \end{pmatrix}_{<u_r,u_\theta,u_\varphi>}$$

3 On enlève un « bouchon » constitué par une portion de cône d'angle au sommet θ très petit. Le sommet de ce cône est le centre O des sphères A et B.

3.a Calculez les courants d'aimantation qui apparaissent sur la face latérale du bouchon. On précisera leur sens sur un schéma.

3.b Donnez la relation qui relie **B** et **H** à l'intérieur du « bouchon ».

3.c En considérant que la présence du « bouchon » ne modifie pas les champs dans l'aimant et en utilisant la propriété de continuité de la composante tangentielle de **H** à la traversée d'une interface, calculer **H** puis **B** dans le trou ainsi formé.