

Texte 4 : Propagation d'ondes dans la matière

L'arséniure de gallium (GaAs) est un matériau non magnétique utilisé pour l'optique dans des dispositifs à semiconducteurs. Il constitue, à l'état cristallin, un milieu homogène et isotrope. On étudie la propagation, dans ce milieu considéré comme infini, d'une onde électromagnétique monochromatique dont la pulsation est très inférieure à celles des domaines d'absorption du matériau.

1. A la fréquence envisagée, le matériau parfaitement pur se comporte comme un isolant. La valeur que prend sa fonction diélectrique relative correspond alors à la permittivité statique ε_S (constante réelle >1).

1.1 Ecrire les équations de Maxwell dans le milieu localement neutre, ainsi que les relations constitutives du milieu. On adoptera la notation complexe pour les champs, par exemple pour le champ électrique $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_m(\vec{r}) e^{-i\omega t}$.

1.2 Etablir l'équation de propagation du champ électrique.

1.3 On cherche une solution sous la forme d'une onde plane se propageant selon Oz, de vecteur d'onde complexe \vec{k} et d'amplitude réelle \vec{E}_0 polarisée suivant Ox.

1.4 Etablir, à partir de l'équation précédente, la relation de dispersion du milieu entre ω et la norme de \vec{k} . Donner les valeurs de n et κ , parties réelle et imaginaire de l'indice complexe n . L'onde subit-elle une atténuation au cours de sa propagation dans le milieu ?

1.5 Calculer la vitesse de phase v_φ de l'onde. La comparer à c , vitesse de la lumière dans le vide.

1.6 Calculer la période spatiale λ de l'onde dans le milieu. La comparer à la longueur d'onde λ_0 dans le vide.

1.7 Déterminer le champ magnétique $\vec{B}(\vec{r}, t)$ de l'onde. Préciser la structure de l'onde dans le milieu et établir la relation entre les normes des amplitudes E_0 et B_0 des champs électrique et magnétique.

1.8 Calculer le vecteur de Poynting \vec{R} . En déduire l'intensité I de l'onde, définie comme la puissance moyenne rayonnée, par unité de surface, selon Oz.

1.9 On donne $\nu = 10^{12}$ Hz, $\lambda = 75 \mu\text{m}$ et $I = 10^{-3}$ W/m². Calculer numériquement les grandeurs v_φ , n , ε_S , E_0 et B_0 .

2. L'arséniure de gallium est maintenant dopé avec des impuretés, constituées par des atomes de silicium qui se substituent au gallium et donnent chacun un électron libre et un ion silicium. On désigne par N la densité volumique des électrons libres dans le matériau. Ces électrons

apportent une contribution \vec{P}_{lib} à la polarisation volumique totale :

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_S - 1)\vec{E} + \vec{P}_{lib}$$

2.1 Dans le cadre du modèle de Drude, écrire l'équation de mouvement d'un électron libre (charge $-e$, masse m^* , vitesse \vec{v}). On pourra négliger les collisions.

2.2 Comparer l'amplitude des forces électrique et magnétique agissant sur l'électron libre. Conclusion ?

2.3 En déduire l'équation linéaire vérifiée par la vitesse complexe \vec{v} d'un électron libre, puis celle vérifiée par le courant volumique de conduction \vec{J} des électrons libres.

2.4 En identifiant \vec{J} au courant de polarisation associé aux électrons libres, établir la relation linéaire entre \vec{P}_{lib} et \vec{E} . On introduira la pulsation plasma définie par $\omega_P^2 = \frac{Ne^2}{m^*\varepsilon_0\varepsilon_S}$.

2.5 En déduire la relation linéaire entre la polarisation totale \vec{P} et \vec{E} . Montrer que la permittivité diélectrique relative de GaAs dopé se met sous la forme : $\varepsilon_r = \varepsilon_S \left(\frac{\omega^2 - \omega_P^2}{\omega^2} \right)$.

2.6 Tracer la courbe représentant la variation de ε_r en fonction de ω_P . On déterminera la concentration critique N_0 d'atomes de silicium pour laquelle $\varepsilon_r = 0$.

2.7 Ecrire les relations entre ε_r , n et κ lorsque le matériau est dopé. Discuter du caractère de l'onde électromagnétique selon la valeur prise par N relativement à N_0 .

2.8 Application numérique : Préciser le caractère de l'onde dans du GaAs dopé au silicium pour lequel $m^* = 0,07 m_e$ et $N = 3 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3}$.

Rappel : constantes fondamentales $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.