Texte 1 : Polarisation

Exercice 1 : Polarisation uniforme - cylindre diélectrique polarisé

1- On considère un barreau cylindrique diélectrique orienté selon l'axe (Oz), de rayon R et de longueur l avec $l >> R$, polarisé uniformément selon (Ox) : $\vec{P} = P\vec{e}_x$. On cherche à déterminer le champ électrique créé par le barreau polarisé par la méthode du champ auxiliaire $\vec{E}^*$.
a) Déterminer $\vec{E}^*$ à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre.
b) En déduire le champ électrique créé par le barreau polarisé à l'intérieur du cylindre $\vec{E}_{m,in}$ et le champ créé à l'extérieur du cylindre $\vec{E}_{m,ex}$.

2- On considère que le barreau est constitué d'un matériau diélectrique linéaire, homogène et isotrope (lhi), de susceptibilité diélectrique χ_e. Le barreau, placé dans un champ électrique appliqué $\vec{E}_a$ uniforme selon x, acquiert une polarisation $\vec{P}$ uniforme selon (Ox).
a) Déterminer le champ électrique $\vec{E}$ et le déplacement électrique $\vec{D}$ en tout point.
b) Quelle est la distribution de charge dans le barreau ?

Exercice 2 : condensateur à lame diélectrique

Question préliminaire : On considère un condensateur à vide constitué de deux plaques parallèles de surface S (on négligera leur épaisseur) et portant l'une une charge Q et l'autre une charge $-Q$. La distance d entre les plaques étant supposée faible devant les dimensions des plaques, on modélise chaque plaque par un plan infini. Déterminer la capacité du condensateur.

On rappelle que deux plans infinis parallèles chargés uniformément, l'un situé en $z = 0$ portant la densité surfacique de charge $+\sigma$ et l'autre situé en $z = d$ portant la densité surfacique $-\sigma$, créent un champ électrique $\vec{E} = \sigma/\epsilon_0\,\vec{e}_z$ entre les plans.

1- Une lame diélectrique linéaire, homogène et isotrope (lhi), de permittivité diélectrique ϵ acquiert, sous l'effet d'un champ électrique $\vec{E}_a$ appliqué perpendiculairement à ses faces, une polarisation volumique $\vec{P}$ uniforme.
a) Quelle est la distribution de charge équivalente à un tel état de polarisation ?
b) Calculer $\vec{E}$, $\vec{D}$ et $\vec{P}$ en tout point de l'espace.

2- On considère un condensateur à vide constitué de deux armatures planes rectangulaires (de dimensions a et b, séparées d'une distance d) portant l'une une charge Q et l'autre une charge $-Q$. On introduit entre ces armatures maintenues isolées une lame diélectrique de permittivité ϵ qui occupe tout le volume entre les armatures. Déterminer la capacité du condensateur.

3- La lame diélectrique est maintenant constituée de deux milieux diélectriques différents de permittivité ϵ_1 et ϵ_2 et de largeurs respectives a_1 et a_2. Calculer $\vec{E}$ et $\vec{D}$ dans les deux parties de la lame. En déduire la capacité du condensateur.

4- La lame diélectrique est maintenant constituée de deux lames diélectriques superposées d'épaisseurs respectives d_1 et d_2 et de permittivité ϵ_1 et ϵ_2. Calculer $\vec{E}$ et $\vec{D}$ dans les deux parties de la lame. En déduire la capacité du condensateur.

Exercice 3 - Condensateur sphérique

On considère un condensateur sphérique composé de deux armatures sphériques concentriques isolées et d'une coquille diélectrique, constituée d'un milieu diélectrique linéaire, homogène et isotrope de permittivité diélectrique relative ϵ_r. Les armatures sphériques sont centrées sur le point 0 et de rayons respectifs R_1 et R_2 tels que $R_2 > R_1$. L'armature interne de rayon R_1 porte une charge $+Q$ et l'armature externe de rayon R_2 porte une charge -Q. On négligera l'épaisseur des armatures. La coquille diélectrique remplit entièrement l'espace entre les armatures et a donc pour rayon interne R_1 et rayon externe R_2.

a) Déterminer le champ $\vec{D}$ dans le diélectrique ($R_1 < r < R_2$) et à l'extérieur du condensateur ($r < R_1$ et $r > R_2$). En déduire le champ électrique $\vec{E}$ et le vecteur polarisation $\vec{P}$ dans le diélectrique et à l'extérieur du condensateur. Tracer $||\vec{D}||$, $||\vec{E}||$ et $||\vec{P}||$ en fonction de r.

b) Déterminer la capacité C du condensateur rempli de diélectrique. Commenter.

c) Vérifier les relations de passage auxquelles satisfont $\vec{E}$ et $\vec{D}$ à l'interface en $r = R_2$.

d) Déterminer les densités volumique et surfaciques de charge de polarisation dans le milieu diélectrique. Le milieu reste-t-il globalement neutre ? Justifier votre réponse.

On donne : $\vec{K} = K_r\,\vec{e}_r + K_\theta\,\vec{e}_\theta + K_\varphi\,\vec{e}_\varphi$

$$div\vec{K} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2K_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta K_\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial K_\varphi}{\partial\varphi}$$