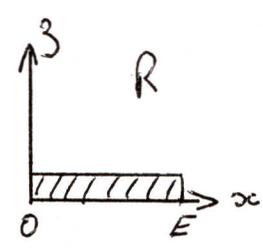
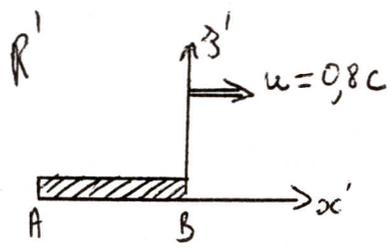


Exercices A)

Ex 1: Changement de chronologie de deux événements



$\angle_{PAB} = \angle_{POE} = L = 1m$

- E_1 : événement origine (O et B coïncident)
- E_2 : O et A coïncident
- E_3 : evr qd E et B coïncident.

$$E_1 \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \\ R \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$E_1 \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \\ R' \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

1) E_2 (O et A coïncident)

$$E_2 \begin{vmatrix} x_2 = 0 \\ 0 \\ 0 \\ ct_2 \end{vmatrix} \\ R \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ ct_2 \end{vmatrix}$$

$$E_2 \begin{vmatrix} x'_2 = -L \\ 0 \\ 0 \\ ct'_2 \end{vmatrix} \\ R' \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ ct'_2 \end{vmatrix}$$

Calcul de ct_2 et ct'_2

$$\Rightarrow x'_2 = \gamma_c (x_2 - \beta_c ct_2) \Rightarrow ct_2 = \frac{x'_2}{-\beta_c \gamma_c} = \frac{L}{\beta_c}$$

$$\Rightarrow ct'_2 = \gamma_c (ct_2 - \beta_c x_2) \Rightarrow ct'_2 = \frac{L}{\beta_c}$$

1) Δs_{12}^2 intervalle dsR

$$\Delta s_{12}^2 = (ct_2)^2 - x_2^2 = (ct_2)^2 = \frac{L^2}{\beta_c^2}$$

1) $\Delta s'_{12}$ intervalle dsR'

$$\Delta s'_{12} = (ct'_2)^2 - x'^2_2 = \frac{L^2}{\beta_c^2} - L^2 = L^2 \left(\frac{1}{\beta_c^2} - 1 \right) = \frac{L^2}{\gamma_c^2 \beta_c^2} > 0$$

intervalle temps

AN: $\beta_c = 0,8$ $\gamma_c = 1,667$ $L = 1m$

$$E_2 \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \\ R \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,75 \end{vmatrix}$$

$$E_2 \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \\ R' \begin{vmatrix} -1,25 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$\Delta s_{12}^2 = 0,75^2 = 0,5625 m^2$

2) Intervalle E_3 (E et B coïncident).

$$\begin{array}{l|l} \bar{E}_3 & x_3 = L \\ & 0 \\ & 0 \\ R & ct_3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} E_3 & x'_3 = 0 \\ & 0 \\ & 0 \\ R' & ct'_3 \end{array}$$

calcul de ct_3 et $ct'_3 \Rightarrow$

$$x_3 = \gamma_e (x'_3 + \beta_e ct'_3) \Rightarrow L = \gamma_e \beta_e ct'_3 \rightarrow ct'_3 = \frac{L}{\gamma_e \beta_e}$$

$$ct_3 = \gamma_e (ct'_3 + \beta_e x'_3) \quad ct_3 = \frac{L}{\beta_e}$$

(ds Rou R')

$$\Delta_{13}^2 = (ct'_3)^2 = \frac{L^2}{\gamma_e^2 \beta_e^2}$$

$$\begin{array}{l|l} E_3 & 1 \\ & 0 \\ & 0 \\ R & 1,25 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} E_3 & 0 \\ & 0 \\ & 0 \\ R' & 0,75 \end{array}$$

$$\Delta_{13}^2 = 0,5625 m^2.$$

3) Comparaison de la chronologie entre les 3 événements

dans R	$E_1 \left \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right.$	$E_2 \left \begin{array}{l} 0 \\ 0,75 \end{array} \right.$	$E_3 \left \begin{array}{l} 1 \\ 1,25 \end{array} \right.$	$ct_2 < ct_3$	} impulsion de chronologie.
$\frac{0,5}{1}$ dans R'	$E_1 \left \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right.$	$E_2 \left \begin{array}{l} -1 \\ 1,25 \end{array} \right.$	$E_3 \left \begin{array}{l} 0 \\ 0,75 \end{array} \right.$	$ct'_2 > ct'_3$	

$$\Delta_{23}^2 = c^2(t_3 - t_2)^2 - (x_3 - x_2)^2 = \frac{L^2}{\beta_e^2 \gamma_e^2} \left(1 - \frac{1}{\gamma_e^2}\right) - L^2$$

$$= \frac{L^2}{\beta_e^2 \gamma_e^2} (\gamma_e - 1)^2 - L^2$$

AN: $\Delta_{23}^2 = -0,75 m^2 \rightarrow$ intervalle genre espace \Rightarrow pas de causalité

CORRIGÉ

1^{re} question.

Soit la réaction

$$\pi^- + p \rightarrow n + X^0 \quad (A)$$

Appelons M , l'énergie totale dans le système du centre de masse $\pi^- p$. On peut considérer le système $\pi^- p$, équivalent à une particule fictive, de masse M , qui est au repos dans le système du centre de masse. Cette particule fictive a pour quadrivecteur énergie-impulsion $(M, 0)$ dans le système du centre de masse et (E_T, \vec{p}_T) dans le laboratoire, E_T et \vec{p}_T étant respectivement l'énergie totale et l'impulsion totale du système $\pi^- p$ dans le laboratoire :

$$E_T = E_1 + m_p$$

avec $E_1 = \sqrt{p^2 + m_\pi^2}$: énergie totale du π^- .

$$\vec{p}_T = \vec{p}$$

D'après la conservation du module du quadrivecteur énergie-impulsion, il vient :

$$M^2 = E_T^2 - p_T^2 = m_n^2 + m_p^2 + 2 m_p E_1$$

$$M = \sqrt{m_n^2 + m_p^2 + 2 m_p E_1}$$

(1)

La vitesse du système du centre de masse dans le laboratoire, ou vitesse de la particule fictive de masse M , se calcule à partir des relations, $E_T = M \gamma_{CM}$, $\vec{p}_T = M \vec{\beta}_{CM} \gamma_{CM}$.

$$\beta_{CM} = \frac{p_T}{E_T} \quad \gamma_{CM} = \frac{E_T}{M}$$

d'où

$$\beta_{CM} = \frac{p}{E_1 + m_p} \quad \gamma_{CM} = \frac{E_1 + m_p}{M}$$

(2)

La particule fictive, de masse M , se désintègre dans le système du centre de masse, en $n + X^0$.

Soient $P_n = (E_n^0, \vec{p}_n^0)$ et $P_{X^0} = (E_{X^0}^0, \vec{p}_{X^0}^0)$, les quadrivecteurs énergie-impulsion du neutron et de la particule X^0 , et $P = (M, 0)$ celui de la particule fictive, dans le système du centre de masse.
La conservation de l'impulsion et de l'énergie se résume en une seule équation entre quadrivecteurs :

$$P = P_n + P_{X^0}$$

Formons le produit scalaire entre les quadrivecteurs P et P_n :

$$P P_n = E_n^0 M$$

d'autre part

$$P P_n = P_n^2 + P_n P_{X^0} = m_n^2 + P_n P_{X^0}$$

Le calcul de $P_n P_{X^0}$ est immédiat si l'on utilise l'égalité algébrique ci-dessous :

$$P_n P_{X^0} = \frac{1}{2} [(P_n + P_{X^0})^2 - P_n^2 - P_{X^0}^2] = \frac{1}{2} [M^2 - m_n^2 - m_p^2]$$

d'où l'on tire

$$E_n^0 = \frac{M^2 + (m_n^2 - m_p^2)}{2M}$$

Le calcul de $p^* = |\vec{p}_n^*| = |\vec{p}_{X^0}^*|$, à partir de $E_n^0 = \sqrt{m_n^2 + p^{*2}}$ conduit au résultat

$$p^* = \frac{\sqrt{[M^2 - (m_n + m_p)^2][M^2 - (m_n - m_p)^2]}}{2M}$$

(3)

2^e question.

Soit θ_n^* , θ_n^0 et θ_n , respectivement l'angle et l'impulsion du neutron dans le système du centre de masse et dans le système du laboratoire par rapport à la direction de π^- incident.

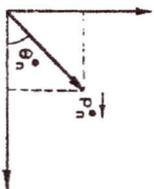


FIG. 7.1 a. — Centre de masse

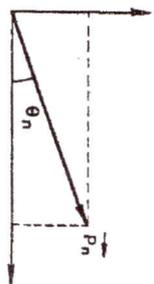


FIG. 7.1 b. — Laboratoire

Dans la transformation de Lorentz traduisant le passage du système du centre de masse au système du laboratoire, la composante transversale de l'impulsion se conserve et la composante longitudinale se transforme comme la composante espace d'un quadriceur :

$$p_n \sin \theta_n = p_n^* \sin \theta_n^* \\ p_n \cos \theta_n = \gamma_{CM} [p_n^* \cos \theta_n^* + \beta_{CM} E_n^*]$$

Le rapport de ces deux égalités, ainsi que la définition de la vitesse du neutron, $\beta^* = \frac{p^*}{E_n^*}$, dans le système du centre de masse, conduit à la relation

$$\boxed{\operatorname{tg} \theta_n = \frac{\sin \theta_n^*}{\gamma_{CM} \left[\cos \theta_n^* + \frac{\beta_{CM}}{\beta^*} \right]}} \quad (4)$$

A chaque angle θ_n^* du neutron dans le système du centre de masse correspond un angle θ_n dans le laboratoire. Lorsque θ_n^* varie entre 0 et π le domaine de variation de θ_n est défini par la relation (4).

Pour $0 \leq \theta_n^* \leq \pi$, $\sin \theta_n^* \geq 0$ et le signe de $\operatorname{tg} \theta_n$ dépend du signe du dénominateur de (4).

$$\text{Si } \cos \theta_n^* + \frac{\beta_{CM}}{\beta^*} \geq 0 \text{ quel que soit } \theta_n^*, \text{ c'est-à-dire pour } \frac{\beta_{CM}}{\beta^*} \geq 1,$$

$\operatorname{tg} \theta_n \geq 0$, donc θ_n varie entre 0 et $\frac{\pi}{2}$ le maximum.

05 Si $\cos \theta_n^* + \frac{\beta_{CM}}{\beta^*}$ change de signe lorsque θ_n^* varie entre 0 et π , ce qui correspond à $\frac{\beta_{CM}}{\beta^*} < 1$, θ_n varie entre 0 et π .

Dans le cas où, $\frac{\beta_{CM}}{\beta^*} > 1$, le neutron est toujours émis vers l'avant dans le laboratoire : il y a donc un angle maximum d'émission.

Cette propriété, mise en évidence par la discussion de la formule (4), peut se résumer de la manière suivante : la fonction $\theta_n = f(\theta_n^*)$ possède un maximum lorsque θ_n^* varie entre 0 et π . L'angle θ_n^* correspondant à θ_n^{\max} est défini par l'équation $\frac{d\theta_n}{d\theta_n^*} = 0$

La différentiation de l'inverse de la formule (4) donne

$$-\frac{d\theta_n}{\sin^2 \theta_n} = \gamma_{CM} \left[-\frac{d\theta_n^*}{\sin^2 \theta_n^*} - \frac{\beta_{CM} \cos \theta_n^*}{\sin^2 \theta_n^*} d\theta_n^* \right]$$

qui conduit à

$$\frac{d\theta_n}{d\theta_n^*} = \gamma_{CM} \frac{\sin^2 \theta_n^*}{\sin^2 \theta_n} \left[1 + \frac{\beta_{CM}}{\beta^*} \cos \theta_n^* \right]$$

L'angle θ_n^* correspondant à l'angle maximum θ_n^{\max} est tel que :

$$\cos \theta_n^*(\theta_n^{\max}) = -\frac{\beta^*}{\beta_{CM}}$$

En reportant cette expression dans (4), nous obtenons

$$\operatorname{tg} \theta_n^{\max} = \frac{\beta^*}{\gamma_{CM} \sqrt{\beta_{CM}^2 - \beta^{*2}}}$$

Une expression plus symétrique peut être obtenue en calculant le $\sin \theta_n^{\max}$:

$$\boxed{\sin \theta_n^{\max} = \frac{\gamma^* \beta^*}{\gamma_{CM} \beta_{CM}}} \quad (5)$$

1^{re} question.

La conservation de l'énergie et de l'impulsion dans le laboratoire, donne les égalités

$$E_T = E_n + E_n$$

$$\vec{p}_T = \vec{p}_n + \vec{p}_n$$

E_n, \vec{p}_n et E_n, \vec{p}_n étant respectivement, les énergies totales et les impulsions du X^0 et du neutron.

Connaissant la cinématique incidente, $E_T = E_1 + m_p$ et $\vec{p}_T = \vec{p}_1$, puis θ_n, \vec{p}_n l'angle et l'impulsion du neutron et en utilisant les égalités déduites de la conservation de l'énergie et de l'impulsion, la masse de X^0 est telle que :

$$m_2^2 = (E_T - E_n)^2 - [\vec{p}_T - \vec{p}_n]^2$$

Soit

$$\boxed{m_2^2 = M^2 + m_1^2 - 2 E_T E_n + 2 p_T p_n \cos \theta_n} \quad (6)$$

L'impulsion p_n du neutron dans le laboratoire se calcule à partir du temps de vol τ_n , sur une distance L : $V_n = \beta_n c = \frac{L}{\tau_n}$ (vitesse du neutron) d'où

$$p_n = m_n \beta_n \gamma_n$$

De l'expression (6) nous déduisons l'expression de $\cos \theta_n$:

$$\cos \theta_n = \frac{E_r}{P_r} \frac{E_n}{P_n} + \frac{m_n^2 - M^2 - m_n^2}{2 P_r} \frac{1}{P_n}$$

Pour une impulsion P_r constante, et une masse m_n de X^0 , $\cos \theta_n$ est fonction de P_n l'impulsion du neutron de recul. La valeur de P_n correspondant à l'angle maximum θ_n^{max} est donnée par la solution de l'équation $\frac{\partial \theta_n}{\partial P_n} = 0$.

Posons

$$A = \frac{E_r}{P_r} \quad B = \frac{m_n^2 - M^2 - m_n^2}{2 P_r}$$

$$\frac{\partial \cos \theta_n}{\partial P_n} = -\frac{B m_n^2}{E_n P_n^2} - \frac{A E_n}{E_n P_n^3} = 0$$

$$E_n = -\frac{B}{A} m_n^2$$

et

$$E_n = \frac{2 E_r m_n^2}{M^2 + m_n^2 - m_n^2}$$

De cette dernière expression on peut déduire aussi P_n . En reportant les expressions de P_n et E_n dans $\cos \theta_n$ nous voyons que $\cos \theta_n^{\text{max}}$ est indépendant de P_n ; il ne dépend que de P_r impulsion incidente du π^- , de m_n et des masses connues des autres particules.

Cette propriété est intéressante car elle permet de mesurer avec une bonne précision le spectre de masse de la particule X^0 à partir d'une mesure précise de la distribution angulaire du neutron de recul dans la région de l'angle maximum θ_n^{max} , correspondant à un intervalle de masse Δm_0 . Dans ces conditions, il n'est pas nécessaire de mesurer avec précision l'impulsion P_n du neutron; il suffit que le dispositif expérimental sélectionne une bande d'impulsion ΔP_n correspondant à l'intervalle $\Delta \cos \theta_n^{\text{max}}$ lié à Δm_0 .

APPLICATION NUMÉRIQUE : Pour un faisceau de π^- de 3 GeV/c :

$$M = 2,55 \text{ GeV}/c^2 \quad \beta_{\text{cm}} = 0,76 \quad \gamma_{\text{cm}} = 1,54$$

$$\text{Avec } m_n = 0,500 \text{ GeV}/c^2, \quad P^* = 1,04 \text{ GeV}/c, \quad \sin \theta_n^{\text{max}} = 0,94, \quad \theta_n^{\text{max}} = 70^\circ,3$$

$$\text{Avec } m_n = 0,600 \text{ GeV}/c^2, \quad P^* = 1,01 \text{ GeV}/c, \quad \sin \theta_n^{\text{max}} = 0,91, \quad \theta_n^{\text{max}} = 66^\circ,2$$

1^{re} question. — Soit $\beta = \frac{P_{X^0}}{E_{X^0}}$ la vitesse du X^0 et $\gamma = \frac{E_{X^0}}{m_0}$. Dans le système où le X^0 est au repos les deux gammas sont émis, dans des directions opposées, faisant un angle 0° par rapport à la direction incidente du X^0 .

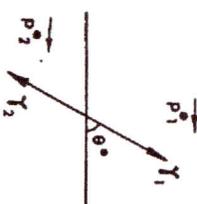


FIG. 7.2 a. — Système au repos du X^0

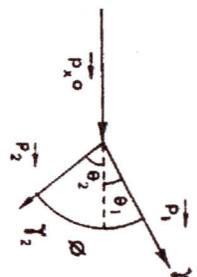


FIG. 7.2 b. — Système où le X^0 à une impulsion p_1 .

Si l'on fait l'hypothèse, d'une distribution angulaire isotrope de l'angle d'émission des γ dans le système au repos du X^0 on peut écrire

$$\frac{dI}{d \cos \theta^*} = k$$

où k est une constante déterminée par la condition de normalisation

$$\int_{-1}^{+1} \frac{dI}{d \cos \theta^*} d \cos \theta^* = 1, \text{ soit } k = \frac{1}{2}$$

La distribution de l'angle d'ouverture, ϕ , des deux gammas dans le système (b) est égale à

$$\frac{dI}{d\phi} = \frac{dI}{d \cos \theta^*} \left| \frac{d \cos \theta^*}{d\phi} \right|$$

est le jacobien de la transformation angulaire. Le calcul de cette expression est particulièrement simplifié dans le cas de l'émission de photons qui ont une masse nulle.

Soit (E_1, P_1) et (E_2, P_2) les quadrivecteurs énergie-impulsion des gammas 1 et 2 dans le système (b). La masse m_0 du X^0 est égale à

$$m_0^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2$$

avec $E_1 = P_1$ et $E_2 = P_2$ car $m_\gamma = 0$

d'où

$$m_0^2 = 2 P_1 P_2 [1 - \cos \phi]$$

Exprimons, le produit $p_1 p_2$ en fonction de $\cos \theta^*$ et de p^* l'impulsion des γ dans (a) :

$$E_1 = \gamma [E_1^* + \beta p^* \cos \theta^*] = \gamma p^* [1 + \beta \cos \theta^*]$$

$$E_2 = \gamma [E_2^* - \beta p^* \cos \theta^*] = \gamma p^* [1 - \beta \cos \theta^*]$$

(Nous avons utilisé, $p^* = E_1^* = E_2^*$ car $m_\gamma = 0$) d'où

$$E_1 E_2 = p_1 p_2 = \gamma^2 p^{*2} [1 - \beta^2 \cos^2 \theta^*]$$

Dans le système au repos du X^0

$$m_0 = E_1^* + E_2^* = 2 p^*$$

donc

$$p_1 p_2 = \gamma^2 \frac{m_0^2}{4} [1 - \beta^2 \cos^2 \theta^*]$$

D'où la relation entre l'angle d'ouverture, ϕ , des deux gammas et leur angle d'émission dans le système au repos du X^0 .

$$1 - \cos \phi = \frac{2}{\gamma^2 [1 - \beta^2 \cos^2 \theta^*]} \quad (7)$$

Si l'on exprime $\cos^2 \theta^*$ en fonction de $\cos \phi$ et l'on différentie chaque membre de l'égalité, nous obtenons

$$\frac{d \cos \theta^*}{d \phi} = \frac{1}{\beta^2 \gamma^2} \frac{\sin \phi}{[1 - \cos \phi]^2}$$

A partir de (7), on obtient :

$$\cos \theta^* = \pm \frac{\sqrt{\beta^2 - \cos^2 \frac{\phi}{2}}}{\beta \sin \frac{\phi}{2}}$$

que l'on reporte dans l'expression de $\frac{d \cos \theta^*}{d \phi}$; la distribution des angles d'ouverture des deux gammas est alors égale à

$$\frac{dI}{d\phi} = \frac{\cos \frac{\phi}{2}}{4 \beta \gamma^2 \sin^2 \frac{\phi}{2} \sqrt{\beta^2 - \cos^2 \frac{\phi}{2}}} \quad (8)$$

ϕ varie de π sa valeur maximum à sa valeur minimum

$$\cos \frac{\phi_{\min}}{2} = \beta,$$

pour laquelle la distribution angulaire est infinie.

Il n'y a jamais physiquement d'accumulation infinie d'événements pour cette valeur car les π incidents ne sont pas rigoureusement monocinétiques.

Néanmoins on observe un maximum pour $\frac{dI}{d\phi}$ correspondant à la valeur

ϕ_{\min} et cet angle d'ouverture dépend de la masse de m_0 .

Cette valeur ϕ_{\min} de l'angle d'ouverture correspond à l'émission symétrique des deux gammas par rapport à la direction du X^0 .

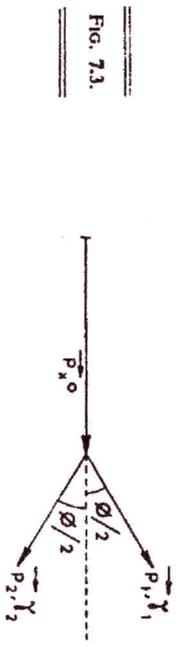


Fig. 7.3.

En effet pour une émission symétrique on a :

$$\beta = \frac{P_{X^0}}{E_{X^0}} = \frac{2 p_1 \cos \frac{\phi}{2}}{2 p_1} = \cos \frac{\phi}{2}$$

La cinématique, favorise donc les désintégrations symétriques.

De la relation $\frac{P_{X^0}}{\sqrt{p_{X^0}^2 + m_0^2}} = \cos \frac{\phi_{\min}}{2}$ on déduit l'expression

$$P_{X^0} = m_0 \operatorname{colg} \frac{\phi_{\min}}{2} \quad (9)$$

5^e question.

Les formules cinématiques peuvent être exprimées dans deux systèmes de référence : le laboratoire où l'on observe la désintégration du X^0 et le système du centre de masse $\pi^- p_+$ qui est différent du système au repos du X^0 . Pour une masse donnée m_0 , l'impulsion \vec{p}_{X^0} du X^0 , dans le système du centre de

masse π^- , p_1 est constante quel que soit l'angle d'émission θ_{X^0} du X^0 , ce n'est pas le cas dans le laboratoire.

On peut donc utiliser la formule (8) dans le système du centre de masse $\pi^- p_1$.

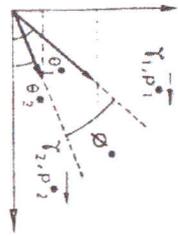


FIG. 7.4 a. — Système du centre de masse $\pi^- p_1$.

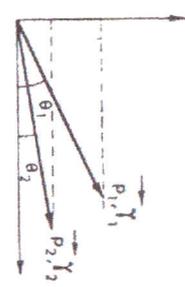


FIG. 7.4 b. — Système du laboratoire

Soit ϕ^* l'angle d'ouverture entre les deux gammas dans le système (a) :

$$\text{tg } \phi^* = \text{tg } (\theta_1^* - \theta_2^*) = \frac{\text{tg } \theta_1^* - \text{tg } \theta_2^*}{1 + \text{tg } \theta_1^* \text{tg } \theta_2^*}$$

$\text{tg } \theta_1^*$ et $\text{tg } \theta_2^*$ se calculent facilement à partir des angles dans le laboratoire :

$$p_1 \cos \theta_1^* = \gamma_{\text{CM}} [p_1 \cos \theta_1 - \beta_{\text{CM}} E_1]$$

$$p_1 \sin \theta_1^* = p_1 \sin \theta_1$$

$$\text{tg } \theta_1^* = \frac{\sin \theta_1}{\gamma_{\text{CM}} [\cos \theta_1 - \beta_{\text{CM}}]} \quad \text{tg } \theta_2^* = \frac{\sin \theta_2}{\gamma_{\text{CM}} [\cos \theta_2 - \beta_{\text{CM}}]}$$

d'où, pour chaque événement, le calcul de ϕ^* à partir de θ_1 et θ_2 et la construction de la distribution angulaire de ϕ^* . Dans le système du centre de masse $\pi^- p_1$, l'impulsion P_{X^0} en fonction de ϕ_{min}^* est donnée par (9)

$$P_{X^0} = m_0 \text{ctg } \frac{\phi_{\text{min}}^*}{2}$$

L'énergie totale du X^0 , par un calcul analogue à celui de l'énergie totale du neutron de la 1^{re} question, est égale à :

$$E_{X^0} = \frac{M^2 + m_0^2 - m_n^2}{2M}$$

$$E_{X^0} = \sqrt{P_{X^0}^2 + m_0^2} = m_0 \sqrt{1 + \text{ctg}^2 \frac{\phi_{\text{min}}^*}{2}} = \frac{M^2 + m_0^2 - m_n^2}{2M}$$

et de cette égalité, on déduit une équation du second degré en m_0 , de solutions

$$m_0 = \frac{M \pm \sqrt{m_n^2 \sin^2 \frac{\phi_{\text{min}}^*}{2} + M^2 \cos^2 \frac{\phi_{\text{min}}^*}{2}}}{\sin \frac{\phi_{\text{min}}^*}{2}}$$

La détermination du signe peut se faire en choisissant l'impulsion p du π^- incident au seuil de la réaction (A) ; dans ce cas, $M = m_0 + m_n$ et le X^0 est émis au repos dans le système du centre de masse $\pi^- p_1$.

L'angle d'ouverture ϕ^* est constant et est égal à π et d'après l'expression de m_0 en fonction de ϕ_{min}^* il vient $m_0 = M \pm m_n$. Seul le signe moins convient à la solution physique :

$$m_0 = \frac{M - \sqrt{m_n^2 \sin^2 \frac{\phi_{\text{min}}^*}{2} + M^2 \cos^2 \frac{\phi_{\text{min}}^*}{2}}}{\sin \frac{\phi_{\text{min}}^*}{2}} \quad (10)$$

APPLICATION NUMÉRIQUE : pour $\phi_{\text{min}} = 56^\circ 8'$, nous trouvons $m_0 = 0.554 \text{ Mev}/c^2$.

Il s'agit de la résonance mésonique η^0 , de masse $0.550 \text{ Mev}/c^2$, qui se désintègre électromagnétiquement en $\eta^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ dans 38% des cas.