Université Paul Sabatier de Toulouse, année universitaire 2010-2011

L3 LICENCE PHYSIQUE CHIMIE APPLICATION

Mention physique fondamentale

2L60PY2 RELATIVITÉ/PHYSIQUE NUCLEAIRE

TD 4

Durée : 1 h 30

Conformément à l'usage typographique international, les vecteurs sont représentés en gras

1. Émission anisotrope d'une source en mouvement

Une source S de lumière est animée d'une vitesse $\mathbf{u} = u\,\mathbf{e_x}$, avec $u = 0,8\,c$, par rapport au référentiel du laboratoire $\mathcal{R}$. Cette source émet des photons de manière isotrope dans son propre référentiel $\mathcal{R}'$.

1) On considère des photons dont la vitesse est dirigée suivant une direction faisant l'angle θ' avec Ox'. À l'aide des formules de transformation des vitesses, trouver l'angle θ sous lequel seront émis ces photons pour un observateur de $\mathcal{R}$. Calculer θ pour $\theta' = \pi/2$.

2) Montrer que, pour un observateur de $\mathcal{R}$, le nombre $\mathrm{d}N$ de photons émis dans l'angle solide élémentaire $\mathrm{d}\Omega$ a pour expression :

$$\mathrm{d}N = \frac{N\mathrm{d}\Omega}{4\pi\gamma_e^2(1-\beta_e\cos\theta)^2}$$

N étant le nombre total de photons, $\beta_e = u/c$ et γ_e le facteur relativiste correspondant.

3) Tracer, avec soin, le graphe $f(\theta) = (4\pi/N)\,\mathrm{d}N/\mathrm{d}\Omega$. Comparer au graphe correspondant $f'(\theta')$ dans $\mathcal{R}'$. Que perçoit l'observateur quand la source s'approche de lui ? Quand la source s'éloigne de lui ?

2. Vitesse de la lumière dans un milieu matériel en mouvement

Une lame de verre à faces parallèles, d'indice $n = 1,5$ et d'épaisseur $e = 1$ cm, se déplace dans le référentiel du laboratoire $\mathcal{R} = Oxyz$, dans la direction Ox perpendiculaire aux faces, à la vitesse $\mathbf{u} = u\,\mathbf{e}_x$ avec $u = c/2$, c étant la vitesse de la lumière dans le vide. On assimile l'air au vide et on rappelle que l'indice n d'un milieu est le rapport de c sur la vitesse de la lumière dans ce milieu.

Un éclair lumineux traverse la lame dans la direction $\mathbf{e}_x$. On désigne par E_1 l'événement "entrée de l'éclair dans la lame", en O et à l'instant pris comme origine, et E_2 l'événement "sortie de l'éclair de la lame". On associe à la lame le référentiel $\mathcal{R}'$ en translation, rectiligne, uniforme par rapport à $\mathcal{R}$.

1) Calculer le facteur relativiste γ_e associé au mouvement de $\mathcal{R}'$ par rapport à $\mathcal{R}$.

2) Trouver, en fonction de e, n, $\beta_e = u/c$ et γ_e, les coordonnées spatio-temporelles de E_2 dans $\mathcal{R}'$ et dans $\mathcal{R}$.

3) En déduire, en picoseconde, les durées de traversée de la lame dans $\mathcal{R}'$ et dans $\mathcal{R}$. Quelle est, en cm, la distance qui sépare, dans $\mathcal{R}$, les événements E_1 et E_2.

4) Trouver, en fonction de e et n, l'expression du carré de l'intervalle entre E_1 et E_2. Calculer la valeur de l'intervalle en cm^2.

5) Établir, en fonction de n et β_e, la relation entre la vitesse v de l'éclair dans $\mathcal{R}$ et celle v' dans $\mathcal{R}'$ à l'aide des questions précédentesen . Retrouver ce résultat à partir des formules de transformation des vitesses. En déduire la valeur numérique de v/c, comparer à v'/c.

6) Quelle est l'expression de v dans l'approximation newtonienne ?

7) Réécrire la vitesse v de l'éclair, par rapport au laboratoire, sous la forme :

$$v = u + \frac{c}{n(u)}$$

où $n(u)$ est une fonction de u que l'on déterminera. Tracer v en fonction de u. Commenter. Justifier l'interprétation de $n(u)$ comme un entraînement partiel de l'éther par un milieu matériel mobile. Cette effet d'entraînement fut mesuré avant que la relativité ne soit connue. On l'appela loi d'entraînement de Fresnel.

8) Application à l'expérience de Fizeau :

Cette expérience réalisée par H. Fizeau en 1851 consiste à étudier à l'aide d'un système optique interférentiel, de type bi-fentes d'Young, la vitesse dans un courant d'eau.

La répartition de l'intensité sur l'écran d'observation est donnée par $I(x) = 2I_0[1+cos(2\pi\Delta L/\lambda_0)]$, où λ_0 est la longueur d'onde du rayonnement monochromatique (dans le vide) et ΔL la différence de chemin optique. En l'absence de courant d'eau, ΔL s'identifie à $\frac{a\,x}{f}$, où a est la distance entre les deux fentes, x la coordonnée du point d'observation sur l'écran et f la focale de la lentille ramenant la figure d'interférences sur l'écran.

On établit un courant dans le tube d'emmené d'eau, de vitesse constante u. La forme du tube est telle que devant l'une des fentes, l'eau circule sur une distance l dans la direction du faisceau incident de lumière et que devant l'autre fente l'eau circule dans la direction opposée sur la même distance. On observe alors un décalage des franges d'interférence.

Montrer qu'en cinématique galiléenne la différence de chemin optique supplémentaire ΔL_{eau} induite par la circulation de l'eau vaut :

$$\Delta L_{eau} = \frac{2luc}{c^2/n^2 - u^2} \approx \frac{2ln^2u}{c}$$

Dans le cas où $u = 7\,\mathrm{m.s^{-1}}$, $n = 1,33$, $\lambda_0 = 530\,\mathrm{nm}$, et $l = 1,5\,\mathrm{m}$, on trouve expérimentalement un décalage des franges d'interférence, exprimé en $\Delta L_{eau}/\lambda_0$, qui est proche de 0,1. Ce décalage diffère de celui prévu en cinématique galiléenne. Calculer la valeur de ce dernier.

Fizeau fit remarquer que le résultat expérimental pouvait être retrouvé en multipliant la vitesse du courant d'eau u par le facteur $F = 1-1/n^2$ (appelé facteur d'entraînement de Fresnel). Vérifier qu'il en est bien ainsi.

Montrer que l'on peut réécrire l'expression einsteinienne de v (établie à la question 5) sous la forme :

$$v = \frac{c}{n} + u \times f$$

f étant un facteur que l'on l'on exprimera en fonction de u et n. Comparer f au facteur d'entraînement de Fresnel F. Conclure.