

Conformément à l'usage typographique international, les vecteurs sont représentés en gras

A Exercices

1. Changement de chronologie de deux événements

On considère une barre AB , de longueur propre $L = 1$ m, qui se déplace, à la vitesse $\mathbf{u} = u\mathbf{e}_x$, avec $u = 0,8c$, par rapport au référentiel du laboratoire $\mathcal{R} = Oxyz$, le long de l'axe horizontal Ox . Sur cet axe de \mathcal{R} se trouve une seconde barre OE de même longueur propre $L = 1$ m. On désigne par E_1 l'événement origine pris lorsque les deux extrémités O et B coïncident, E_2 l'événement lorsque les extrémités O et A coïncident, E_3 l'événement lorsque les extrémités E et B coïncident. On note $\mathcal{R}' = Ox'y'z'$ le référentiel lié à la barre AB .

- 1) Calculer les coordonnées spatio temporelles de E_2 dans \mathcal{R} et dans \mathcal{R}' . En déduire le carré de l'intervalle entre E_1 et E_2 .
- 2) Mêmes questions pour E_3 .
- 3) Comparer la chronologie entre les trois événements dans \mathcal{R} et dans \mathcal{R}' . Commenter en calculant le carré de l'intervalle entre E_2 et E_3 .

2. Ombre portée sur un film photographique d'une règle inclinée en mouvement

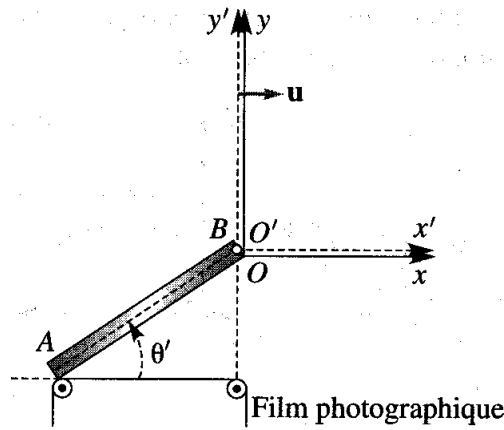
Une règle opaque, de longueur l , inclinée d'un angle θ' par rapport à l'axe $O'x'$ du référentiel \mathcal{R}' , auquel elle est liée, se déplace avec une vitesse $\mathbf{u} = u\mathbf{e}_x$ par rapport au référentiel du laboratoire \mathcal{R} . Un film photographique est déroulé dans \mathcal{R} , parallèlement à Ox . Une impulsion lumineuse instantanée est envoyée dans \mathcal{R} , à l'aide d'un flash, perpendiculairement au film.

- 1) Montrer que la longueur L du film non impressionné par la lumière a pour expression :

$$L = l \left| -\frac{\cos\theta'}{\gamma_e} + \beta_e \sin\theta' \right|$$

où $\beta_e = u/c$, γ_e est le facteur relativiste associé.

- 2) Examiner les cas particuliers $\theta' = 0$ et $\theta' = \pi/2$.
- 3) Peut-on avoir $L = 0$? Commenter.



B. Problème (Session octobre 2003)

Expérience de Michelson

On a longtemps considéré que la propagation de la lumière avait pour support un milieu hypothétique, appelé éther. On désigne par \mathcal{R} le référentiel associé à ce milieu. On s'attendait en particulier à ce que la vitesse de la lumière par rapport au référentiel du laboratoire ou référentiel terrestre \mathcal{R}' variait au cours du mouvement de translation de la Terre par rapport à \mathcal{R} .

A. Michelson proposa en 1881 une expérience d'interférométrie optique susceptible de détecter des très faibles variations de vitesse. L'interféromètre de Michelson est constitué de deux miroirs M_1 , M_2 et d'une lame semi transparente L qui divise l'onde incidente en deux parties d'égale intensités. Celles-ci sont ensuite réfléchies par les miroirs M_A et M_B . La superposition des ondes est détectée en P. Ce dispositif est composé de deux bras (IM_1 et IM_2) de même longueur l . (voir schéma au verso)

L'ensemble, placé dans l'air qu'on assimilera au vide, est fixe dans $\mathcal{R}' = O'x'y'z'$ et en translation rectiligne uniforme par rapport au référentiel $\mathcal{R} = Oxyz$ selon l'axe Ox à la vitesse \mathbf{v}_e . \mathcal{R} et \mathcal{R}' peuvent être considérés, avec une très bonne approximation, comme des référentiels galiléens.

On se propose d'examiner les implications de cette expérience. Le problème comporte trois parties. Dans la première, on mène un calcul non relativiste (newtonien), dans la deuxième un calcul relativiste (einsteinien). Dans la dernière partie, on confronte ces deux approches aux observations expérimentales.

1. Calcul non relativiste

On désigne par \mathbf{v} et \mathbf{v}' respectivement la vitesse de la lumière dans \mathcal{R} et dans \mathcal{R}' . Dans cette partie du problème, on considère que la norme $\|\mathbf{v}\|$ de la vitesse de la lumière dans \mathcal{R} est une constante de valeur c .

1.1 Rappeler la relation newtonienne entre les vitesses \mathbf{v} , \mathbf{v}' et \mathbf{v}_e .

1.2 On note τ_1 la durée mise par la lumière pour aller de I à M_1 et revenir en I et τ_2 la durée mise par la lumière pour aller de I à M_2 et revenir en I . Montrer que :

$$\tau_1 = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v_e^2}} \quad \text{et} \quad \tau_2 = \frac{2lc}{c^2 - v_e^2}$$

1.3 Calculer la différence des durées $\tau_N = \tau_2 - \tau_1$. Sachant que $v_e \ll c$, donner une forme approchée de τ_N . Application numérique avec $l = 12$ m et $v_e = 30$ km.s⁻¹.

2. Calcul relativiste

On définit les événements suivants :

E_0 : émissions simultanées depuis I du signal S_1 vers M_1 et du signal S_2 vers M_2 .

R_1 : réflexion du signal S_1 au miroir M_1 .

R_2 : arrivée du signal S_2 au miroir M_2 .

I_1 : retour du signal S_1 en I après réflexion sur M_1 .

I_2 : retour du signal S_2 en I après réflexion sur M_2 .

2.1 L'événement E_0 étant choisi comme origine, exprimer en fonction de l les coordonnées de R_1, R_2, I_1 et I_2 dans \mathcal{R}' .

2.2 En déduire, en utilisant la transformation de Lorentz-Poincaré, les coordonnées de ces mêmes événements dans \mathcal{R} . Peut-on analyser ces résultats en terme de dilatation des durées ou de contraction des longueurs ? Justifier.

2.3 La différence entre durées des trajets IM_2I et IM_1I est notée τ_E dans \mathcal{R} et τ'_E dans \mathcal{R}' . Calculer, et comparer, τ_E et τ'_E .

3. Confrontation à l'expérience

Michelson réalisa l'expérience avec une source quasi-monochromatique de la longueur d'onde dans le vide λ_0 .

3.1 Exprimer la différence de phase ϕ entre les ondes ayant effectuées les trajets IM_1I et IM_2I en fonction de la différence des durées τ entre les deux trajets, c et λ_0 . Donner l'expression ϕ_N et ϕ_E , correspondants respectivement au calcul non relativiste et au calcul relativiste.

3.2 Michelson fit tourner l'appareil de 90° , autour d'un axe vertical, de façon à ce que les rôles joués par les bras IM_1 et IM_2 soient inversés par rapport à la direction de \mathbf{v}_e ; le bras IM_1 est maintenant parallèle à \mathbf{v}_e . Que deviennent ϕ_N et ϕ_E ?

3.3 À toute variation de la différence de phase est associé une variation de l'intensité lumineuse. En faisant tourner le dispositif de 90° , que s'attendait à observer Michelson en se fiant à l'analyse non relativiste ? Qu'observait-il en réalité ? Commenter.

