Licence de Physique

Mécanique Quantique : Contrôle I (durée 45 min)

Etudiant(e) :

Question I (12 points) : Valeurs propres et vecteurs propres d'un hamiltonien $\widehat{\mathrm{H}}$.

On considère un système physique dans un espace des états de dimension 2.
Soit $\{w_n\}$ une base orthonormale complète constituée par les deux vecteurs

$$|w_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } |w_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Dans la représentation de la base $\{w_n\}$, l'hamiltonien du système s'écrit :

$$\widehat{\mathrm{H}} = \hbar\omega \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix};$$

1) Calculer les valeurs propres a_1 et a_2, et les vecteurs propres associés $|u_1\rangle$ et $|u_2\rangle$ de l'opérateur $\widehat{\mathrm{H}}$.

TSVP

Soit $\{u_n\}$ la base constituée par les vecteurs propres $|u_1\rangle$ et $|u_2\rangle$.

2) Montrer que $\{u_n\}$ est une base orthonormale et complète.

3) Ecrire l'opérateur $\widehat{\mathrm{H}}$ dans la représentation de la base $\{u_n\}$.

4) A l'instant t=0, le système physique est dans l'état correspondant au vecteur $|w_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Donner l'état du système à un instant t quelconque.

Question II (8 points) : Théorème de Ehrenfest et conservation de l'énergie

Soit $\hat{A}$ un opérateur quelconque, et $\widehat{H}$ l'hamiltonien du système physique.
Posons que $\frac{d\hat{A}}{dt} = 0$.

1) Montrer que $\langle \hat{A} \rangle$ ne varie pas dans le temps, si la condition $[\hat{A}, \widehat{H}] = 0$ est satisfaite.

2) Expliquer comment le principe de la conservation de l'énergie d'un système physique en mécanique quantique se déduit du résultat de la question précédente.