

Examen partiel de thermodynamique 1h30

*Cet examen comprend 3 parties indépendantes
Le barème est donné à titre indicatif*

Questions de cours : entropie d'un gaz parfait (6 points)

Le but est d'établir l'équation fondamentale $S = S(U, V, n)$ d'un gaz parfait monoatomique (U énergie interne, V volume, n nombre de mole). On part pour cela de l'équation d'état reliant pression p , volume, température T et nombre de mole, et de l'équation donnant l'énergie interne en fonction de la température.

1) Écrire ces deux équations.

On note u l'énergie interne par mole, s l'entropie par mole et v le volume molaire.

2) Écrire la différentielle de s en fonction de T , p , du et dv .

3) Écrire T et p en fonction de u et v .

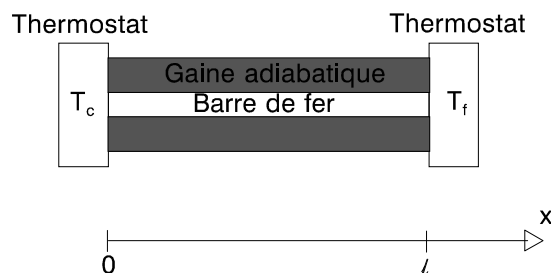
On définit un état de référence $u^{(0)}, v^{(0)}$ correspondant à $n^{(0)} = 1$.

4) Trouver l'expression de s en fonction de u et v , et en déduire celle de S en fonction de U , V et n .

5) Application : quelle est la relation entre p et V pour une transformation adiabatique réversible ?

Exercice I : Conduction thermique (7 points)

Considérons une barre de fer de conductivité $\lambda = 100 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ entre deux thermostats, T_{chaud} (ou T_c) = 60 °C du côté $x=0$ et T_{froid} (ou T_f) = 20 °C du côté $x=l$ (cf. figure ci-dessous). La barre a une longueur $l = 1 \text{ m}$ et un diamètre $d = 1,6 \text{ cm}$. On notera s la section de la barre. Toute l'étude se déroule avec le système dans un état stationnaire.



A - Dans un premier temps, la barre est enrobée d'une couche d'isolant thermique (ou gaine adiabatique en grisée sur la figure) : il n'y a donc aucune fuite de chaleur par la surface latérale.

- 1) Rappeler la loi de Fourier du régime conductif (ou conducto-diffusif). En déduire l'expression du flux thermique I^{cd} dans ce problème à une dimension.
- 2) Que peut-on dire de ce flux tout au long de la barre ? En déduire la relation vérifiée par la température $T(x)$ en fonction de x , l , T_c et T_f .
- 3) Application numérique : calculer I^{cd} .

B - La couche d'isolant thermique est enlevée. On néglige les pertes par rayonnement.

- 4) Donner l'expression générale du flux convectif (ou conducto-convectif) dI^{cc} échangé avec l'air environnant par une tranche de barre de longueur élémentaire dx , à l'abscisse x et à la température $T(x)$. La température de l'air environnant sera prise égale à T_{froid} . On notera h le coefficient d'échange conducto-convectif. Donner l'unité de h dans le système international.
- 5) Pour la tranche en question, que vaut $I^{cd}(x+dx) - I^{cd}(x)$? En déduire la relation liant dI^{cd}/dx à dI^{cc} .
- 6) Montrer que la température obéit ainsi à l'équation différentielle suivante pour laquelle l'expression de la constante ω sera donnée en fonction de λ , h , s et d :

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \omega^2(T - T_f)$$

Exercice II : Transformations (7 points)

On envisage de produire l'énergie nécessaire à un satellite artificiel de la Terre en utilisant un moteur fonctionnant suivant le cycle réversible suivant :

- a) Compression isotherme de l'état A ($p_A = 10^5$ Pa, $T_A = 600$ K) à l'état B ($p_B = 6 \times 10^5$ Pa, $T_B = 600$ K)
- b) Echauffement isobare BC amenant le fluide à la température $T_C = 1200$ K
- c) Détente adiabatique CD
- d) Refroidissement isobare DA

Le fluide décrivant le cycle est constitué de $n=10$ moles de gaz assimilé à un gaz parfait. Le rapport $\gamma = C_p/C_v = 1,4$ est supposé constant. On donne la constante des gaz parfaits $R = 8,31$ J.mol⁻¹.K⁻¹ et on rappelle que $C_p - C_v = nR$.

- 1-
 - a) Déterminer la pression p , le volume V et la température T des états A , B , C et D .
 - b) Représenter le cycle dans le diagramme (p, V) .
- 2-
 - a) Exprimer littéralement puis calculer numériquement les travaux W_{AB} , W_{BC} , W_{CD} et W_{DA} reçus algébriquement par le fluide au cours des transformations correspondantes.
 - b) En déduire le travail W reçu algébriquement par le fluide au cours du cycle. Le signe de W correspond-il à celui qui était attendu ?
- 3- Exprimer littéralement puis calculer numériquement les quantités de chaleur Q_{AB} , Q_{BC} , Q_{CD} et Q_{DA} reçues algébriquement par le fluide au cours des diverses transformations. Quelle signification donner au signe de Q_{BC} ?
- 4- On définit le rendement du moteur par le rapport $\eta = -W/Q_{BC}$. Justifier le bien-fondé d'une telle expression du rendement et en calculer la valeur.
- 5- La quantité de chaleur Q_{BC} est fournie au fluide par l'intermédiaire d'un panneau solaire qui absorbe la totalité du rayonnement solaire reçu. Sachant que la puissance P_m du moteur est de 3000 W et que le flux solaire vaut $\phi_{\text{sol}} = 1400$ W.m⁻², calculer la surface de panneau solaire nécessaire au fonctionnement du moteur.