

Partiel du vendredi 12 Décembre 2003

Durée : 1h30

I. - Questions de cours (6 points)

Théorie cinétique des gaz parfaits : on introduira le modèle, on donnera le calcul de la pression, que l'on reliera à la température du gaz parfait en supposant connue l'équation d'état. On ne demande pas la distribution des vitesses de Maxwell.

II. - Etude du cycle de Lenoir (4 points)

L'état initial d'une mole de gaz parfait est caractérisé par $p_0=2$ atm et $V_0=14$ l. On fait subir successivement à ce gaz :

- un chauffage isobare, qui double son volume,
- une compression isotherme, qui le ramène à son volume initial,
- un refroidissement isochore, qui le ramène à l'état initial (p_0, V_0).

1. A quelle température T_1 s'effectue la compression isotherme ? En déduire la pression maximale p_2 atteinte.
2. Représenter le cycle de transformation dans le diagramme (p, V).
3. Calculer le travail W et la quantité de chaleur Q échangés par le système au cours du cycle. On donne la constante des gaz parfaits : $R=8,314 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

III. - Transport de chaleur en régime stationnaire (10 points)

On considère une cloison homogène de conductibilité thermique λ et d'épaisseur e , séparant deux thermostats (par exemple, l'intérieur d'une maison à la température T_i , et l'atmosphère extérieure à T_e). Si on définit un axe Ox normal à cette cloison, à un instant t donné, la température a alors la même valeur en tous points du plan $x = x_0$ de la cloison, points pour lesquels on définit également une puissance thermique $I_Q(x, t)$ qui traverse *par unité de temps* une certaine surface S .

1. Donner la définition d'un thermostat.
2. Donner la loi de Fourier établissant l'expression de $I_Q(x, t)$.
3. Montrer, à l'aide de l'équation de propagation de la chaleur à une dimension

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

où ρ est la masse volumique et c_v la capacité thermique massique à volume constant, qu'en régime stationnaire la température $T(x)$ à l'abscisse x est de la forme :

$$T(x)=a x+ b.$$

4. Après avoir constaté que cette température $T(x)$ impose que la puissance thermique $I_Q(x)$ soit constante, en déduire l'expression de cette puissance en fonction des

températures des thermostats T_i et T_e . On suppose qu'il n'y a pas de diminution de température entre les thermostats et les surfaces de la cloison.

5. Expliquer l'analogie entre le résultat précédent et la loi d'Ohm en électricité.
6. Une pièce carrée est constituée par un plancher, un plafond et par quatre cloisons homogènes, toutes d'épaisseur $e = 20$ cm, de dimensions $2,5$ m x 8 m, et de conductibilité thermique $\lambda = 0,4$ W.m⁻¹.K⁻¹. La pièce est à la température $T_i = 20$ °C alors que l'atmosphère extérieure est à la température $T_e = 0$ °C. On néglige les pertes de chaleur à travers le plancher et le plafond de la pièce.

Calculer numériquement la quantité de chaleur Q perdue à travers une cloison pendant une heure. En déduire la puissance nominale en kW du radiateur électrique permettant de maintenir la pièce à la température T_i .