UNIVERSITÉ PAUL SABATIER	LICENCE DE PHYSIQUE

Année universitaire 2006–2007 L2 Physique

THERMODYNAMIQUE

Examen de janvier

Durée 2h

Question de cours 1 : Distribution des vitesses de Maxwell

On considère un gaz parfait à l'équilibre thermodynamique à la température $T = 300$ K. On note $p(\mathbf{v})$ la loi de probabilité des vitesses de Maxwell, où $\mathbf{v}$ est le *vecteur* vitesse, dont on notera les composantes v_x, v_y, v_z si nécessaire.

1.1) Donner sans démonstration l'expression de $p(\mathbf{v})$.

1.2) Donner l'expression de la vitesse quadratique moyenne $v_q = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$, où $\langle v^2 \rangle$ représente la moyenne du carré de la norme de la vitesse calculée avec la distribution de probabilité $p(\mathbf{v})$. On rappelle que :

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2}\,dx &= \sqrt{\frac{\pi}{a}} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x^{2n} e^{-ax^2}\,dx &= (-1)^n \left(\frac{d}{da}\right)^n \sqrt{\frac{\pi}{a}}\end{aligned}$$

1.3) Le gaz est du méthane CH_4. On donne la constante des gaz parfaits $R = 8{,}314$ J.K^{-1}.mol.$^{-1}$ et on rappelle que la masse molaire du carbone est 12 g. Que vaut la vitesse v_q ?

Exercice 2 : Chauffage d'un mélange liquide–gaz

Un récipient de volume 40 cm^3 contient de l'air sec sous la pression initiale $p_0 = 10^5$ Pa. La température du système est égale à 50 °C. On injecte progressivement une masse m d'eau dans l'éprouvette. La pression de vapeur saturante de l'eau à 50 °C est $p_s = 1{,}2 \times 10^4$ Pa.

2.1) Étudier la variation de la pression totale p en fonction de m, qui varie de 0 à 1 g. Expliquer en particulier pourquoi la pression totale ne dépassera jamais $1{,}12 \times 10^5$ Pa. On considérera l'air comme un gaz parfait de masse molaire $M_a = 29$ g, et la vapeur d'eau comme un gaz parfait de masse molaire $M_e = 18$ g. Le volume d'eau liquide sera négligé. *On rappelle que la pression totale d'un mélange de gaz parfaits est la somme des pressions partielles de chacun des constituants.* la constante des gaz parfaits R est donnée dans 1).

2.2) On chauffe maintenant le système jusqu'à une température de 55 °C. La chaleur latente de vaporisation de l'eau peut être considérée comme constante entre 50 et 55 °C et vaut $L = 2{,}38 \times 10^3$ kJ.kg^{-1}

2.2.1) Rappeler la relation, dite de Clapeyron, entre la pente de la courbe de pression de vapeur saturante $p(T)$ et la chaleur latente ;

2.2.2) En déduire la pression totale à 55 °C ;

3. Problème : Climatiseur à air

Certains systèmes de climatisation fonctionnent de la manière suivante : une certaine masse d'air est prélevée dans le local climatisé (pression $p_2 = 10^5$ Pa, température $T_2 = 24$ °C, **état A**) et rapidement comprimée de manière réversible jusqu'à une pression $p_1 = 1{,}5 \times 10^5$ Pa et une température T_1' (**état B**). Elle est ensuite refroidie à pression constante dans une échangeur de chaleur en contact avec l'air extérieur (température $T_1 = 35$ °C, pression p_1, **état C**). Elle passe alors dans une turbine où elle se détend (toujours de manière réversible) jusqu'à la pression p_2 et une température T_2' (**état D**). La turbine étant montée sur un axe couplé au compresseur, le travail fourni à la turbine mise en rotation par la détente de l'air est récupéré pour faire fonctionner le compresseur. L'air est alors réinjecté dans le local et réchauffé à pression constante jusqu'à l'état initial.

Analyse qualitative du cycle : on ne demande aucun calcul dans cette partie.

3.1.1) Représenter le cycle dans un diagramme p–V.

3.1.2) Identifier la source chaude et la source froide et prédire le signe des échanges de chaleur (justifier rapidement vos affirmations).

3.1.3) À quelles étapes se produisent les échanges de travail avec l'extérieur. Quel est le type de transformation au cours de ces étapes. Prédire le signe du travail global W échangé au cours du cycle. (justifier rapidement vos affirmations).

Calcul des températures inconnues T_1' et T_2' : On s'intéresse à une mole d'air assimilé à un gaz parfait diatomique, dont les chaleurs spécifiques c_v et c_p sont supposées constantes. On note γ le rapport c_p/c_v. Pour l'air $\gamma = 1{,}4$.

3.2.1) On utilise souvent une loi liant la pression p et la température T pour une compression ou une détente d'un gaz parfait, appelée relation de Laplace et s'écrivant $p^{\gamma-1}T^{\gamma} = \text{Cte}$. Dire à quelle(s) condition(s) cette loi est valable et montrer qu'on peut l'appliquer à certaines des étapes du cycle (dire lesquelles).

3.2.2) En déduire les rapports T_1'/T_2 et T_1/T_2' en fonction du rapport de compression p_1/p_2.

3.2.3) En déduire que l'on a :

$$\frac{T_1' - T_1}{T_2 - T_2'} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Bilan énergétique : On considère toujours une mole d'air.

3.3.1) Exprimer pour chaque étape du cycle le travail et la chaleur échangés. On se ramènera à des expressions qui ne font intervenir que les 4 températures et des constantes caractéristiques du gaz. Vérifier que le bilan du cycle est correct.

3.3.2) Donner l'efficacité e du climatiseur en fonction des chaleurs Q_1 et Q_2 échangées respectivement avec les sources chaude et froide et du travail global W échangé. En déduire l'expression en fonction de T_1, T_2, T_1' et T_2', puis du rapport de compression et de γ. Application numérique.

3.3.3) Comparer avec l'efficacité e_c d'un cycle de Carnot fonctionnant entre des sources de chaleur aux mêmes températures. À quoi attribuez-vous la différence avec la question 3.3.2) ? En particulier, on précisera quelles sont les étapes irréversibles du cycle du climatiseur et pourquoi elles sont irréversibles.