UNIVERSITÉ PAUL SABATIER — Année universitaire 2004–2005

Licence Physique, Chimie et Applications — L2 Physique

THERMODYNAMIQUE

Examen de janvier 2005

I. Question de cours.

Démontrer que pour qu'une machine thermique fournisse du travail mécanique (cycle moteur), elle doit être en contact avec au moins deux sources de chaleur (on notera T_1 et T_2 les températures de ces deux sources avec $T_1 > T_2$) et que la chaleur Q_1 fournie par la source chaude doit être supérieure à la chaleur Q_2 restituée à la source froide.

II. Exercice : Détente de Joule–Gay-Lussac d'un gaz réel

Soit une mole de fluide dont on connaît l'équation d'état $p = p(V,T)$ où p est la pression, v le volume molaire et T la température. On rappelle les définitions des coefficients calorimétriques suivants :

$$
\begin{aligned}
c_v &= T \left.\frac{\partial s}{\partial T}\right|_v \\
\ell &= T \left.\frac{\partial s}{\partial v}\right|_T
\end{aligned}
$$

où s est l'entropie molaire.

II.1. En écrivant la différentielle de f (énergie libre molaire) dans les variables T et v, démontrer la relation de Clapeyron :

$$\ell = T \left.\frac{\partial p}{\partial T}\right|_v$$

II.2. En écrivant la différentielle de s dans les variables T et v, montrer que :

$$\frac{\partial c_v}{\partial v} = T \left.\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right|_T$$

Le fluide en question est le dioxyde de carbone dont on donne l'équation d'état (équation de Van der Waals) :

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

où $R = 8{,}314$ J.K^{-1}.mol^{-1} est la constante des gaz parfaits, $a = 0{,}36$ Pa.m^6.mol^{-2} et $b = 42 \times 10^{-6}$ m^3.mol^{-1}.

II.3. Montrer que c_v n'est fonction que de la température T. On prendra $c_v(T) = \mathrm{Cte} = 20{,}8$ J.K^{-1}.

II.4. En utilisant la différentielle de l'entropie écrite à la question II.2, écrire la différentielle de u (énergie interne molaire) dans les variables T et v et en déduire la fonction $u(T,v)$.

II.5. On réalise une détente de Joule–Gay-Lussac de ce gaz : placé initialement dans une bouteille calorifugée, on le laisse se détendre dans une deuxième bouteille identique initialement vide. On part d'une température initiale de 300 K et d'une pression de 10^5 Pa. Au cours de cette transformation, le volume est donc doublé. Montrer que l'énergie interne de ce gaz est conservée. En déduire la variation de température du gaz. Commenter.

III. Problème : Climatiseur à air

Certains systèmes de climatisation fonctionnent de la manière suivante : une certaine masse d'air est prélevée dans le local climatisé (pression $p_2 = 10^5$ Pa, température $T_2 = 24$ °C, **état A**) et rapidement comprimée jusqu'à une pression $p_1 = 1{,}5 \times 10^5$ Pa et une température T_1' (**état B**). Elle est ensuite refroidie à pression constante dans une échangeur de chaleur en contact avec l'air extérieur (température $T_1 = 35$ °C, pression p_1, **état C**). Elle passe alors dans une turbine où elle se détend jusqu'à la pression p_2 et une température T_2' (**état D**). La turbine étant monté sur un axe couplé au compresseur, le travail fourni à la turbine mise en rotation par la détente de l'air est récupéré pour faire fonctionner le compresseur. L'air est alors réinjecté dans le local et réchauffé à pression constante jusqu'à l'état initial.

1. Analyse qualitative du cycle : on ne demande aucun calcul dans cette partie.

III.1.1. Identifier la source chaude et la source froide et prédire le signe des échanges de chaleur (justifier rapidement vos affirmations).

III.1.2. À quelles étapes se produisent les échanges de travail avec l'extérieur. Quel est le type de transformation au cours de ces étapes. Prédire le signe du travail global échangé au cours du cycle. (justifier rapidement vos affirmations).

2. Calcul des pressions et températures manquantes : On s'intéresse à une mole d'air assimilé à un gaz parfait diatomique, dont les chaleurs spécifiques c_v et c_p sont supposées constantes. On note γ le rapport c_p/c_v.

III.2.1. On utilise souvent une loi liant la pression p et la température T pour une compression ou une détente d'un gaz parfait, appelée relation de Laplace et s'écrivant $p^{\gamma-1}T^{\gamma} =$ Cte. Dire à quelle(s) condition(s) cette loi est valable et montrer qu'on peut l'appliquer à certaines des étapes du cycle (dire lesquelles).

III.2.2 En déduire les rapports T_1'/T_2 et T_1/T_2' en fonction du rapport de compression p_1/p_2.

III.2.3 En déduire que l'on a :

$$\frac{T_1' - T_1}{T_2 - T_2'} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

3. Bilan énergétique : On considère toujours une mole d'air.

III.3.1. Exprimer pour chaque étape du cycle le travail et la chaleur échangés. On se ramènera à des expressions qui ne font intervenir que les 4 températures et des constantes caractéristiques du gaz. Vérifier que le bilan du cycle est correct.

III.3.2. Donner l'efficacité e du climatiseur en fonction des chaleurs Q_1 et Q_2 échangées respectivement avec les sources chaude et froide et du travail W échangé. En déduire l'expression en fonction de T_1, T_2, T_1' et T_2', puis du rapport de compression et de γ. Application numérique.

III.3.3 Comparer avec l'efficacité e_c d'un cycle de Carnot fonctionnant entre des sources de chaleur aux mêmes températures. Commentaire.