

UE5 THERMODYNAMIQUE

Durée 2h

Seules les calculatrices « UPS » sont autorisées.

1. Question de cours

On considère un équilibre entre la phase liquide et la phase vapeur d'un corps simple.

- 1.1 Définir la chaleur latente.
- 1.2 Quelles sont les conditions d'équilibre entre les deux phases.
- 1.3 En déduire la relation de Clapeyron reliant la chaleur latente et la pente de la courbe d'équilibre (on rappellera ce qu'est cette courbe). On demande une démonstration complète.
- 1.4 Quels sont les deux points extrêmes de la courbe d'équilibre liquide-vapeur d'un corps simple (autre que l'hélium).

2. Étude thermodynamique de la tension d'un fil d'acier

On considère un fil d'acier cylindrique fixé par une extrémité et soumis à l'autre extrémité à une force de traction. On considérera l'opération de traction comme réversible. On appellera f la tension du fil, L sa longueur, T sa température, U son énergie interne, S son entropie.

Données numériques du fil : section $s = 1 \text{ mm}^2$, chaleur spécifique massique $c = 459,8 \text{ J kg}^{-1}$, masse volumique $\rho = 7,7 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, coefficient de dilatation linéaire $\lambda = 1,2 \times 10^{-5} \text{ SI}$ ($\lambda = \frac{1}{L} \frac{\partial L}{\partial T} \Big|_f$).

- 2.1 Montrer que la différentielle de l'énergie interne du fil est de la forme $dU = TdS + fdL$.
- 2.2 Calculer la différentielle de la fonction d'état $G' = U - fL - TS$ et en déduire une expression de la dérivée partielle $\frac{\partial S}{\partial f} \Big|_T$.
- 2.3 Calculer la chaleur qu'il faut fournir au fil pour maintenir sa température constante et égale à $T_o = 300 \text{ K}$, lorsque la tension du fil passe de la valeur 0 à la valeur $f = 10^2 \text{ N}$ (à ces taux de contrainte atteints, la variation de longueur du fil est négligeable : $L = L_o = 1 \text{ m}$).
- 2.4 Maintenant, la traction n'est plus isotherme mais adiabatique. Après avoir exprimé la différentielle de la fonction d'état $S(T, F)$, déduire l'expression littérale de la température finale du fil atteinte lorsque la tension du fil passe de la valeur 0 à la valeur $f = 10^2 \text{ N}$ ($T_{\text{initial}} = T_o = 300 \text{ K}$). On admettra l'expression suivante : $\frac{\partial S}{\partial T} \Big|_f = m \frac{c}{T}$ où m est la masse du fil. La longueur du fil sera supposée ici encore constante ($L = L_o = 1 \text{ m}$). Application numérique : donner ΔT au centième de degré près.

3. Climatisation d'un local

On étudie la climatisation d'un local destiné à recevoir du public. Pour cela, on envisage l'utilisation d'une machine frigorifique à gaz parfait dont on donne le schéma de principe sur la figure 1 ci-dessous.

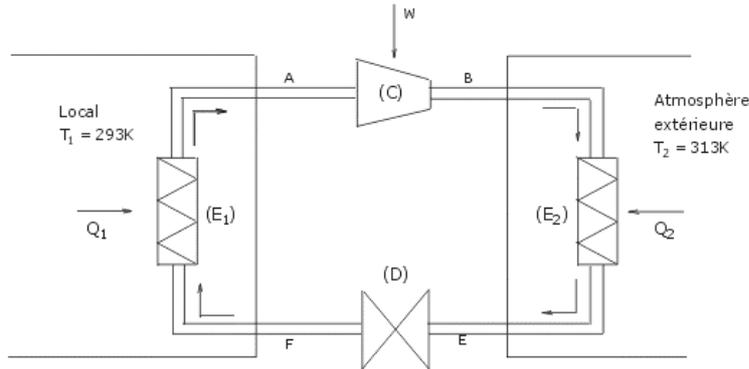


Figure 1

Le fluide qui décrit le cycle est de l'hélium, pour lequel : $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$ et la masse molaire $M = 4 \text{ g.mol}^{-1}$.

On prendra $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.

Le fluide traverse successivement :

- Un compresseur (C) où le fluide subit une compression adiabatique réversible qui l'amène de $A(T_1, p_1)$ à $B(T_3, p_2)$;
- Un échangeur (E_2) où le transfert thermique entre le fluide et la source chaude est Q_2 , ce qui amène le fluide au point $E(T_2, p_2)$;
- Un détendeur (D) où le fluide se détend de façon adiabatique réversible, ce qui l'amène en $F(T_4, p_1)$;
- Un échangeur (E_1) où le transfert thermique entre le fluide et la source froide est Q_1 , ce qui ramène le fluide au point $A(T_1, p_1)$.

On donne : $T_1 = 20^\circ\text{C}$, $T_2 = 40^\circ\text{C}$, $p_1 = 1 \text{ bar}$, $p_2 = 3 \text{ bar}$.

- 3.1 Calculer pour l'hélium la chaleur spécifique massique c_p . Vous montrerez qu'elle vaut $5,19 \text{ kJ K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$.
- 3.2 Calculer les températures T_3 et T_4 .
- 3.3 Calculer les volumes massiques v_A, v_B, v_E et v_F .
- 3.4 Donner l'allure du diagramme du cycle en coordonnées (p, v) . On fera apparaître les isothermes T_1 et T_2 . Préciser le sens de parcours du cycle et conclure sur le signe du travail échangé au cours du cycle. *Un grand soin devra être apporté à ce tracé.*
- 3.5 Calculer les transferts thermiques Q_1 et Q_2 reçus par 1 kg d'hélium lors de la traversée des échangeurs (E_1) et (E_2). En déduire le travail W reçu par l'hélium au cours du cycle.
- 3.6 Définir et calculer l'efficacité (ou coefficient de performance) de l'installation.
- 3.7 Calculer la masse d'hélium qui doit, par seconde, décrire le cycle afin d'obtenir la puissance nécessaire au refroidissement du local, soit $P = 3 \text{ kW}$.
- 3.8 Calculer la puissance minimale du moteur pour actionner le compresseur.