UNIVERSITE PAUL SABATIER
TOULOUSE III

année 2003/2004

Licence Physique Chimie et Applications
Mention physique
L2

Travaux Dirigés de thermodynamique
Texte 7

I. Coefficients calorimétriques d'un gaz réel

On étudie différentes transformations d'une mole d'un gaz réel dont l'équation d'état, aux températures et pressions utilisées, peut s'écrire :

$$P\,(V-b) = R\,T,$$

p, V, T étant respectivement la pression, le volume, la température, b un volume déterminé et R la constante des gaz parfaits.

1– Dans une transformation infinitésimale réversible, la quantité de chaleur reçue, δQ, par le gaz, peut se mettre sous les deux formes suivantes :

$$\delta Q = C_v\,dT + l\,dV \text{ et } \delta Q = C_p\,dT + k\,dp$$

a – Interpréter les deux expressions de δQ et définir les coefficients calorimétriques introduits : C_v, C_p, l et k.
b – Ecrire les variations élémentaires d'entropie, dS, associées aux deux expressions précédentes.
c – Etablir les expressions

$$l = T(\delta p/\delta T)_V \text{ et } k = -T(\delta V/\delta T)_P.$$

d – Compte tenu de l'équation d'état, exprimer l, k et C_p-C_v. En déduire les expressions des variations infinitésimales de l'énergie interne dU et de l'enthalpie dH de cette mole de gaz. Comparer ces résultats avec ceux obtenus pour un gaz parfait.

2– A partir d'un état initial A, défini par p_A = 1bar, V_A = 25,5 l et T_A = 300 K, la mole de gaz subit une transformation isentropique.
a – Calculer b.
b – Compte tenu des deux expressions de dS établies précédemment, établir les relations entre T et V d'une part, T et p d'autre part, au cours de cette transformation isentropique. En déduire la relation entre la pression et le volume. On introduira le rapport $\gamma = C_p/C_v$.
c – La transformation envisagée permet d'atteindre l'état B défini par p_B = 10 bars. On admet que C_v = 5R/2. Calculer la température T_B et le volume V_B atteints, ainsi que le travail W reçu algébriquement par une mole de gaz au cours de cette transformation.

3– A partir du même état initial A, défini à la question précédente, le gaz subit une transformation adiabatique irréversible provoquée par une brusque augmentation de la pression extérieure à l'instant initial de la transformation, de 1 à 10 bars. Cette dernière valeur de la pression extérieure est alors maintenue constante pendant toute la transformation. En fin de transformation, le gaz atteint l'état d'équilibre C à la pression p_C = 10 bars.
a – Calculer la température T_C et le volume V_C.
b – Quelle est la variation d'entropie ΔS de la mole de gaz au cours de la transformation $A \rightarrow C$.
a – Pouvait-on prévoir le signe de cette variation d'entropie ?

II. Etude thermodynamique d'une barre en matière plastique

L'équation d'état d'une barre rectiligne en matière plastique, reliant sa longueur L, sa température T et la valeur de la force f qui lui est appliquée dans le sens de sa longueur (Traction s'écrit :

$$f = a\, T^2 (L-L_0),$$

a étant une constante positive et L_0 sa longueur au repos en absence de traction (on prendra L_0 = 10 cm).

Lorsque la température de la barre et sa longueur varient respectivement des quantités élémentaires dT et dL, la quantité de chaleur δQ reçue par la barre, de façon réversible, se met sous la forme :

$$\delta Q = C_l\, dT + \lambda\, dL$$

1–

a – Rappeler l'expression du travail élémentaire reçu par la barre lorsqu'elle s'allonge de dL. Donner les expressions des différentielles dU et dS de l'énergie interne et de l'entropie, issues des bilans énergétique et entropique effectués au cours d'une évolution réversible élémentaire.

b – Exprimer les différentielles des deux fonctions thermodynamiques suivantes :

$F = U-TS$ et $G = U-fL-TS$

Rappeler leur intérêt. En déduire les relations de Maxwell (entre les dérivées partielles) correspondantes.

c – Trouver la dimension physique et l'unité de a. Montrer que λ a pour expression :

$$\lambda=C(\delta f/\delta T)_L,$$

C étant un coefficient dont on donnera d'abord la dimension physique et ensuite l'expression en fonction de T.

Calculer λ en précisant son unité SI, pour T = 300 K et L = 1,05 L_0, sachant que a = 0,5 SI.

d – L'expérience montre que la longueur de la barre diminue lorsque sa température augmente. Que peut-on dire alors de la variation d'entropie lorsqu'on exerce une force de traction à température constante ? Proposer une interprétation qualitative simple de ce dernier résultat en relation avec la signification fondamentale de l'entropie.

1I– Que représente physiquement le coefficient C_l ? Préciser son unité SI. Pour $L = L_0$, ce coefficient est proportionnel à la température : $C_l = \alpha\, T$, avec $\alpha = 3 \times 10^{-4}$ SI. Montrer que C_l (L, T) a pour expression :

$$C_l\,(L, T) = \alpha\, T - a\, T\, (L-L_0)^n,$$

n étant un entier que l'on déterminera.

1II

a – Exprimer la différentielle dS en fonction de dT et dL.

b – En déduire l'expression de l'entropie S de la barre.

c – Calculer sa variation entre les deux états (T_0, L_0) et (T, L), sachant que T_0 = 290 K, T = 300 K et L = 1,05 L_0.

1V– A partir de l'état initial (T_0, L_0), on tire progressivement sur la barre de façon isentropique (réversible et sans échange thermique), jusqu'à atteindre la longueur L = 1,05 L_0. Calculer l'écart final de température $T' - T_0$.