UNIVERSITE PAUL SABATIER TOULOUSE III

année 2003/2004

Licence Physique Chimie et Applications
Mention physique
L2

Travaux Dirigés de thermodynamique
Texte 4

Application de la théorie cinétique des gaz : Effusion- vitesse de fuite d'un gaz

Soient N atomes de masse m d'un gaz parfait monoatomique enfermés dans une enceinte (E) à parois rigides de volume V. L'ensemble est maintenu à la température T.

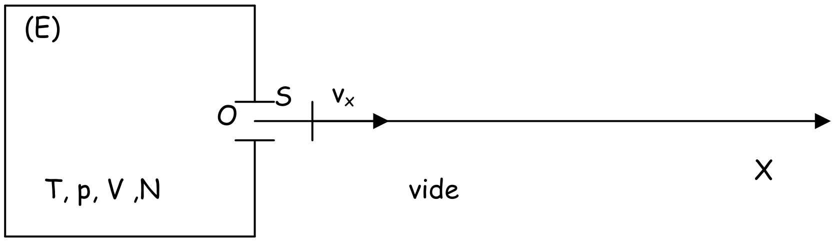

Figure 1

1.- Donner l'expression de la pression p dans l'enceinte (E) en fonction du nombre d'atomes par unité de volume et de la température T.

2.- Rappeler la loi de distribution des vitesses de Maxwell en précisant le nombre d'atomes $dN(\vec{v})$ de l'enceinte qui ont leur vecteur vitesse autour de $\vec{v}$ à d^3v près.

3. – En déduire la loi de distribution du module de la vitesse, c.à.d le nombre dN(v) d'atomes dont le module de la vitesse est compris entre v et v +dv.

4.- Déterminer les vitesses moyenne $\overline{v}$ (= < v >) et quadratique v_q (= < v^2 >) des atomes dans l'enceinte (E).

5.- Déterminer la loi de distribution d'une composante de la vitesse en précisant le nombre $dN(v_x)$ d'atomes dont la composante de la vitesse suivant l'axe Ox est comprise entre v_x et $v_x + dv_x$.

6.- On perce, dans la paroi de l'enceinte (E) un petit trou circulaire de surface **S** par lequel s'échappe le gaz dans le vide extérieur (fuite de gaz). Le diamètre du trou est suffisamment faible pour que la répartition des vitesses des atomes dans (E) reste identique à celle qui existe à l'équilibre à la température T. Le nombre total d'atomes dans l'enceinte N(t) entre t et t+dt varie néanmoins au cours du temps.

a) Déterminer la vitesse moyenne $\overline{v_x}$ (= < v_x >) suivant l'axe Ox des atomes qui sortent du trou en fonction de m et de la température T du gaz. Evaluer le rapport $\dfrac{\overline{v_x}}{\overline{v}}$.

b) Montrer que le nombre d'atomes dN_s qui s'échappent dans le vide par le trou pendant le temps dt est : $\dfrac{dN_s}{dt} = \dfrac{NS}{V}\overline{v_x} = \dfrac{NS}{V}\dfrac{\overline{v}}{4}$

c) Expliciter la variation dN(t) du nombre d'atomes dans l'enceinte entre les instants t et t+dt en fonction de dN_s. En déduire le nombre N(t) d'atomes présents dans l'enceinte (E) à l'instant t, le trou étant ouvert à l'instant t=0.

d) En déduire la loi d'évolution de la pression p(t). Donner l'allure du graphe p(t).

e) Application numérique : L'enceinte de volume V= 25 l est maintenue à 27°C. Elle contient 0.001 mole d'hélium (H_e) de masse molaire M= 4.10^{-3} $kg.mole^{-1}$qui s'échappent dans le vide à travers le trou de surface S = 0.1 mm^2.

Calculer le nombre initial N_0 , la pression initiale p_0 et les vitesses $\bar{v}$ et v_q des atomes dans l'enceinte (E).

Calculer la vitesse moyenne de sortie $\overline{v_x}$ des atomes suivant l'axe 0x.

En combien de temps atteint-on une pression de 1 Pa dans l'enceinte?

Données : Nombre d'Avogadro : N_A= 6,022 10^{23} mol^{-1}
Constante de Boltzmann k_B= 1,38 10^{-23} $J.K^{-1}$
Constante des gaz parfaits R= 8.314 $J.K^{-1}.mol^{-1}$

$$\int_0^\infty \exp(-a\,x^2)\,dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}} \qquad \int_0^\infty x\exp(-a\,x^2)\,dx = \frac{1}{2a}$$

$$\int_0^\infty x^3\exp(-a\,x^2)\,dx = \frac{1}{2a^2} \qquad \int_0^\infty x^4\exp(-a\,x^2)\,dx = \frac{3}{8}\sqrt{\frac{\pi}{a^5}}$$