

EXAMEN D'OPTIQUE
lundi 5 septembre 2005

Durée : 2 heures

Les exercices sont indépendants

Partie A : optique géométrique

I Réfraction et réflexion sur un dioptre plan.

I.1 Enoncer la loi de la réfraction de Snell-Descartes.

I.2 Montrer que la position $\overline{HA_i}$ de l'image A_i d'un objet A_o à travers un dioptre plan (cf.

figure 1) s'écrit $\overline{HA_i} = \overline{HA_o} \frac{n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1}$.

En déduire que le dioptre plan n'est pas stigmatique pour un couple de points quelconque. Pour quels points le dioptre plan est-il stigmatique ? Justifier les réponses.

I.3 Sous quelle condition peut-on obtenir le stigmatisme approché ? En déduire alors la relation de conjugaison pour le dioptre plan.

I.4 En utilisant la construction de Descartes, tracer précisément les rayons incidents et réfractés à travers un dioptre plan séparant l'air (milieu d'incidence) de l'eau ($n_2 = 1.33$). On prendra $i_1 = 30^\circ$ et $i'_1 = 60^\circ$ comme angles d'incidences. Mesurer les angles avec la normale des rayons réfractés. Vérifier ces valeurs par le calcul.

I.5 On considère maintenant le cas où le milieu d'incidence est l'eau ($n_1 = 1.33$). Montrer qu'il existe un angle limite i_{lim} graphiquement (construction de Descartes) et par le calcul. Donner la valeur numérique de i_{lim} . Que se passe-t-il pour un rayon dont l'angle d'incidence est supérieur à i_{lim} ?

I.6 Application : On considère des bateaux représentés schématiquement sur la figure 2. La largeur totale de ces bateaux est $2BI = 6\text{ m}$ au niveau de la ligne de flottaison. Un exemple de rayon lumineux issu de la quille A est dessiné. Que se passe-t-il pour un rayon issu de A'' sachant qu'un observateur situé sur la berge ne peut voir la quille. Quel est l'angle minimum (angle limite) correspondant à ce cas de figure (rayon issu de A' par exemple). calculer la profondeur minimale de la quille du bateau pour qu'elle soit vue par l'observateur ?

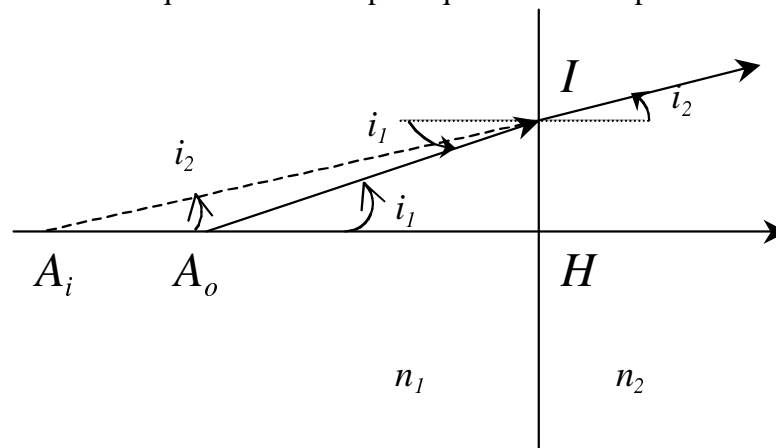


Figure 1: dioptre plan.

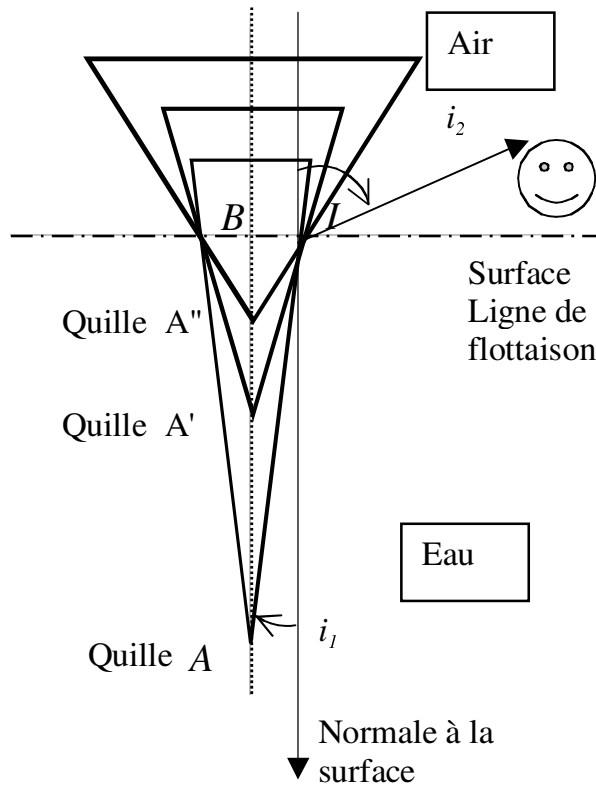


Figure 2 : représentations de voiliers dont la quille est située à différentes profondeurs (la vraisemblance n'est pas respectée). Le rayon incident correspondant au rayon émergent vu par l'observateur est selon AI .

II Lentille mince équivalente à un dioptré sphérique.

II.1 Donner la vergence d'un dioptré sphérique de sommet S et de centre C séparant des milieux d'indices n_1 (milieu objet) et n_2 (milieu image). Donner la relation de conjugaison avec origine au sommet du dioptré sphérique.

II.2 On considère une lentille biconvexe (convergente) formée de deux dioptrés sphériques de rayons R_1 et R_2 et d'épaisseur ε sur l'axe optique. L'indice de la lentille vaut N . Elle est plongée dans un milieu d'indice n . Donner les vergences V_1 et V_2 des deux dioptrés en fonction de N , n et R_1 ou R_2 .

II.3 Calculer la matrice de transfert de cette lentille et en déduire sa vergence V en fonction de V_1 et V_2 .

II.3 Donner les conditions sur ε pour que la lentille soit considérée comme une lentille mince. Montrer alors que la distance focale est donnée par :

$$\frac{n}{SF'} = (N-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

où S est le centre optique de la lentille mince (S_1 et S_2 sont confondus en S). Indiquer quels éléments cardinaux sont confondus avec le point S .

II.4 La lentille mince d'indice N sépare maintenant deux milieux d'indices n_1 et n_2 . La face d'entrée (respectivement de sortie) est baignée par le milieu d'indice n_1 (respectivement n_2). Grâce aux relations de conjugaison des dioptrés d'entrée et de sortie, donner la position par rapport à S de l'image A_2B_2 d'un objet A_1B_1 placé dans le milieu d'indice n_1 .

II.5 En déduire que la lentille mince séparant les deux milieux n_1 et n_2 est équivalente à un dioptré sphérique dont on donnera la position du centre C .

Partie B : optique ondulatoire

I Onde plane monochromatique

I.1 Donner l'expression analytique réelle d'une onde plane monochromatique. Définir tous les termes de l'expression.

I.2 Donner son expression complexe. Définir l'amplitude complexe.

I.3 On considère l'onde émise par un laser He-Cd dont la longueur d'onde vaut 325 nm. Calculer la fréquence et le module du vecteur d'onde de cette onde. On donne $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

II Réseau par transmission.

On considère un réseau plan par transmission, constitué d'un arrangement de N fentes parallèles et équidistantes espacées d'un pas noté a . La largeur des fentes est $\varepsilon \ll a$. La largeur du réseau est $L = Na$. Le réseau est éclairé sous incidence θ_0 par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ . On notera θ l'angle sous lequel est diffractée l'onde. Les angles θ_0 et θ sont mesurés par rapport à la normale au réseau.

II.1 Calculer la différence de phase $\Delta\Phi$ due à l'inclinaison entre deux rayons parallèles incidents sur deux fentes voisines et diffractés dans la même direction. En déduire la relation fondamentale des réseaux par réflexion. Combien de faisceaux diffractés d'ordres différents peut-on observer lorsqu'un réseau à 500 traits/mm est éclairé en incidence normale à la longueur d'onde 632.8 nm ? indiquer l'ordre de chaque faisceau.

II.2 On donne la fonction d'onde diffractée :

$$\psi = N\varepsilon \left[\frac{\sin(\pi u \varepsilon)}{\pi u \varepsilon} \right] \left[\frac{\sin(N\pi u a)}{N \sin(\pi u a)} \right] \text{ où } u = \frac{\sin \theta - \sin \theta_0}{\lambda}$$

Calculer l'intensité $I(u)$. Elle est le produit de deux fonctions de u dont on donnera l'interprétation physique. Donner l'allure de $I/N^2\varepsilon^2$ en fonction de u autour des maxima principaux, pour le cas où $\varepsilon = a/5$.

II.3 Dans l'exemple de la première question, calculer les intensités relatives des différents ordres diffractés en prenant 1 pour le plus intense. On prend $\varepsilon = a/5$.

II.4 Quelle est la largeur des pics de diffraction $\Delta X_{1/2}$ dans le plan focal d'une lentille mince placée perpendiculairement aux vecteurs d'ondes sur le trajet des ondes diffractées. On rappelle $u = X/\lambda f$