

## EXAMEN D'OPTIQUE

15 janvier 2007 (Durée 2h, sans documents, calculatrice autorisée)

### Partie I : Optique géométrique

Un cataphote est constitué par une lentille mince convergente de centre O, de focale image  $f'$  et d'un miroir concave de sommet S dont le centre C est en O, de rayon  $R = f'$ .

1. Déterminer la matrice de transfert  $T(\overline{OO})$  du système lentille miroir lentille.
2. Montrer qu'à tout rayon incident correspond un émergent parallèle.
3. Déterminer la position et le grandissement de l'image d'un objet AB placé en avant de la lentille.

### Partie II : Optique ondulatoire

**Questions de cours (dans tous les cas, préciser la signification des différents termes) :**

Donner les expressions réelle et complexe d'une onde plane progressive monochromatique de fréquence  $\nu_0$ .

Justifier comment transformer cette expression pour décrire une onde plane progressive quasi-monochromatique.

Tracer les spectres en fréquences des deux ondes, monochromatique et quasi-monochromatique.

#### **Problème**

On éclaire, avec une onde plane monochromatique issue d'une source unique (S), se propageant selon  $Oz$ , un diaphragme opaque placé dans un plan  $OXY$  (Fig. 1). Ce diaphragme est percé de trois fentes parallèles, de même largeur  $\varepsilon$ , perpendiculaires à l'axe  $OX$ , équidistantes de  $a$  et supposées très longues selon  $OY$  (voir figure 2). Une lentille convergente de distance focale  $f$  est placée après ce diaphragme, et l'écran d'observation  $Fxy$  est positionné dans le plan focal image de cette lentille.

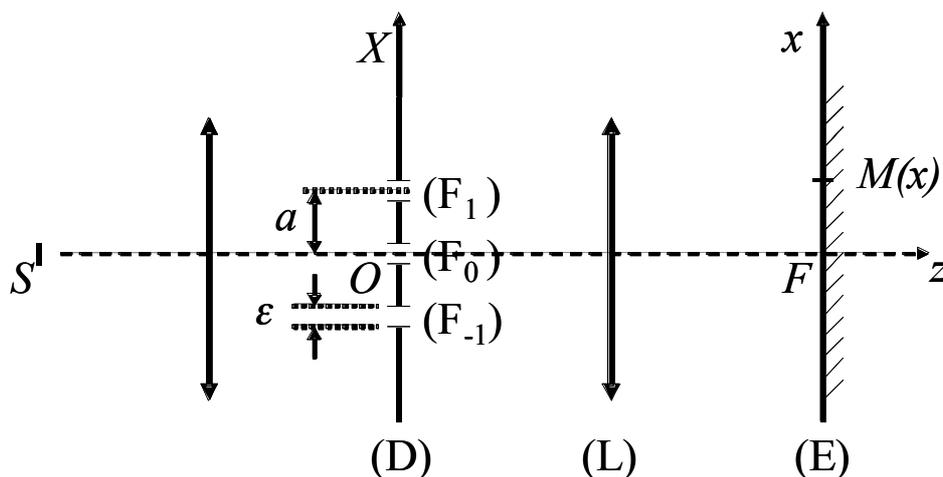


Figure 1

1. a) Faire, sur la figure donnée en fin d'énoncé à rendre avec la copie, le schéma des rayons permettant de calculer l'amplitude résultante en un point M, d'abscisse  $x$ , de l'écran.

b) Justifier, en évaluant simplement la différence de marche entre un rayon passant par un point d'abscisse  $X$  et celui passant par l'origine  $O$ , que l'amplitude complexe de l'onde détectée en un point  $M$  de l'axe  $Fx$  (parallèle à  $OX$ ) de l'écran se mette sous la forme :

$$\psi(x) = A \int_{(D)} t(X) \exp(-i2\pi uX) dX,$$

avec  $u = \frac{x}{\lambda f}$ ,  $t(X)$  la transmittance du diaphragme et  $A$  une constante.

2. Les fentes  $F_{-1}$  et  $F_1$  sont obturées et seule la fente  $F_0$  est ouverte.

a) Ecrire l'expression de la transmittance  $t_0(X)$  correspondante.

b) En déduire l'amplitude  $\psi_0(x)$  de l'onde en un point de l'écran, puis celle de l'intensité  $I_0(x)$  correspondante.

c) Faire une représentation graphique correspondante. Evaluer l'ordre de grandeur de la largeur principale du pic principal, lorsque  $\varepsilon = 0,2 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$  et  $f = 50 \text{ cm}$ .

3. Les fentes  $F_{-1}$  et  $F_0$  sont obturées et seule la fente  $F_1$  est ouverte.

a) Ecrire l'expression de la transmittance  $t_1(X)$ . Montrer que l'amplitude de l'onde sur l'écran  $\psi_1(x)$  s'exprime simplement en fonction de l'expression de la question précédente selon :  $\psi_1(x) = \psi_0(x) \exp(i\alpha)$ . Donner la valeur de  $\alpha$ . Que représente ce facteur de phase ?

b) En déduire l'expression de l'amplitude  $\psi_{-1}$  de l'onde qui correspond à l'ouverture de la fente  $F_{-1}$  seule.

c) Evaluer les intensités  $I_1(x)$  et  $I_{-1}(x)$  correspondantes en fonction de  $I_0(x)$ . Commenter ce résultat et conclure quand à la position de l'image de diffraction en général.

4. La fente centrale  $F_0$  est obturée et les fentes extrêmes  $F_{-1}$  et  $F_1$  sont ouvertes.

a) Exprimer la nouvelle transmittance  $t_2(X)$  en fonction de  $t_1(X)$  et  $t_{-1}(X)$ . En déduire l'amplitude  $\psi_2(x)$  puis l'intensité  $I_2(x)$  correspondantes.

b) Faire une représentation de  $I_2(x)$  dans le cas où  $a = 2,5 \text{ mm}$ ,  $\varepsilon = 1 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$  et  $f = 50 \text{ cm}$ . Evaluer l'interfrange caractéristique du phénomène d'interférence.

c) Sans calcul, préciser ce que serait la figure dans le cas où deux fentes contiguës (par exemple  $F_0$  et  $F_1$ ) seraient ouvertes ? Faire une représentation graphique correspondante.

5. Les trois fentes sont ouvertes.

a) Exprimer la transmittance du diaphragme  $t_3(X)$  en fonction de  $t_0(X)$ ,  $t_1(X)$  et  $t_{-1}(X)$ . En déduire l'amplitude  $\psi_3(x)$  puis l'intensité  $I_3(x)$  correspondantes.

b) Evaluer la position des maxima principaux et secondaires de  $I_3(x)$  ainsi que celle des minima. Faire une représentation graphique lorsque  $a = 2,5 \text{ mm}$ ,  $\varepsilon = 1 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$  et  $f = 50 \text{ cm}$ . Commenter les résultats au regard des calculs précédents (une, puis deux fentes).

6. On place une lame de verre d'indice  $n$  et d'épaisseur  $e$  devant la fente centrale  $F_0$ .

a) Montrer que celle-ci peut être prise en compte en remplaçant la valeur de la transmittance  $t_0(X)$  par une valeur complexe  $t'_0(X) = t_0(X) \exp(i\phi)$ .

b) On envisage le cas où  $\phi = \pi$ . Que vaut l'épaisseur  $e$  ? Que devient la figure sur l'écran ? Lorsque  $\phi = 2\pi$ , qu'observe-t-on ?

7. On considère maintenant le cas où le système comporte  $2N+1$  fentes ( $N \gg 1$ ). Proposer dans la logique des questions précédentes une méthode de calcul de l'intensité. Calculer cette expression et retrouver les résultats précédents pour les cas particuliers  $N = 0$  et  $N = 1$ .

Numéro d'anonymat :

