UNIVERSITE PAUL SABATIER **1$^{\text{ère}}$ session 2005-2006**
Licence 2$^{\text{ème}}$ année (physique-chimie)

EXAMEN D'OPTIQUE

lundi 23 janvier 2006 (durée : 2 heures)

Partie A : optique géométrique (9 points)

Tous les éléments sont placés dans l'air d'indice $n = 1$.

I Miroir sphérique.

Pour un miroir sphérique de sommet S et de centre C, la relation de conjugaison s'écrit : $1/\overline{SA_i} - 1/\overline{SA_o} = -2/\overline{SC}$ et le grandissement transversal est : $\gamma = \overline{SA_i}/\overline{SA_o}$.

I.1 Donner la position des foyers objet et image. Justifier.

I.2 On s'intéresse au cas où $\gamma = -1$ pour un miroir concave ($\overline{SC} < 0$). Déterminer les positions de l'objet et de l'image par le calcul.

I.3 Vérifier en effectuant la construction géométrique correspondante.

II Lentille mince divergente.

On considère une lentille divergente de centre O et de focale image f_i.

II.1 Calculer la position de l'image d'un objet $\overline{A_oB_o}$ tel que $\overline{OA_o} = -|f_i|/2$.

II.2 Faire la construction géométrique correspondante.

II.3 L'image est-elle réelle ou virtuelle ? Donner le grandissement transversal.

III Association lentille – miroir.

On considère le système constitué d'une lentille mince divergente de centre O de distance focale image f_i associée à un miroir sphérique concave de centre C et de sommet S (voir figure). Les deux composants optiques sont distants de $e = \overline{OS}$. La lumière pénètre dans le système par la lentille L et en ressort par cette même lentille après réflexion sur le miroir.

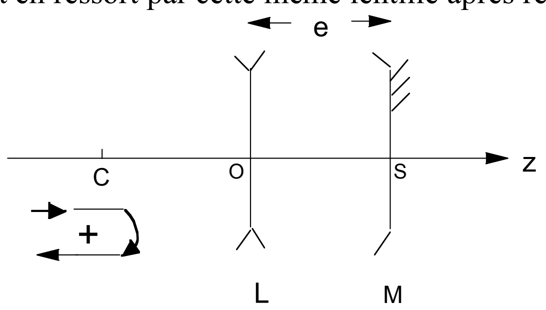

Figure 1

III.1 Exprimer la matrice de transfert entrée-sortie T(OO) sous la forme d'un produit de matrices (la résolution du produit n'est pas demandée).

III.2 On s'intéresse au cas où $e = 0$. Effectuer le produit de matrices dans ce cas particulier.

III.3 En déduire l'expression de la vergence du système en fonction de f_i et $\overline{SC}$. Que devient le système quand le foyer F_i de la lentille et C sont confondus ?

Partie B : optique ondulatoire (16 points)

I Expérience des fentes d'Young. ***(13 points)***

La figure ci-dessous représente le dispositif des fentes d'Young placé dans l'air. Les deux fentes F_1 et F_2 sont identiques de centres O_1 et O_2 tels que $O_1O_2 = e$. Les fentes sont éclairées par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ et d'amplitude A. On se place en condition de diffraction de Fraunhofer en plaçant un écran d'observation au foyer image d'une lentille convergente (voir figure *2a*).

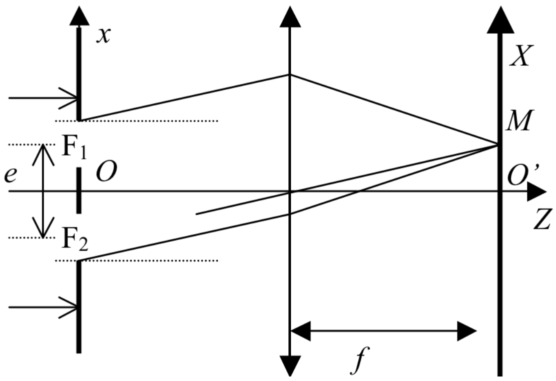

Figure 2a

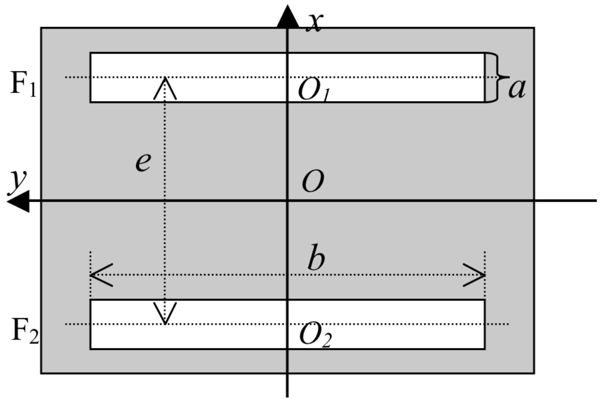

Figure 2b

I.1 Exprimer la transmittance $T(x,y)$ du diaphragme composé des deux fentes d'Young (voir figure *2b*).

I.2 Calculer l'amplitude diffractée complexe $\underline{\Psi}(u,v)$ en tout point de l'écran d'observation. En déduire l'intensité $I(u,v)$. On donne : $u = X/\lambda f$ et $v = Y/\lambda f$.

I.3 On se place dans le cas de fentes de très grande longueur b selon Oy, c'est-à-dire que $a \ll b$ et $b \gg \lambda$. Montrer que :

$$\frac{\sin(\pi v b)}{\pi v b} = \delta(v), \text{ avec } \delta(v) = 1 \text{ si } v = 0 \text{ et } \delta(v) = 0 \text{ sinon.}$$

I.4 En déduire que l'intensité diffractée s'étale sur le seul axe $O'X$ et s'écrit :

$$I(u,v) = 4I_0\ \delta(v)\left[\frac{\sin(\pi u a)}{\pi u a}\right]^2 \left[\cos(\pi u e)\right]^2.$$

I.5 Faire une représentation graphique soignée, à l'échelle, de $I(X)$ (la figure de diffraction s'étale selon $O'X$ d'après la question précédente). On se limitera au pic principal de diffraction et aux premiers pics secondaires de part et d'autre du pic principal. On prendra aussi $e/a = 3.5$. Préciser les valeurs d'annulation de $I(X)$ et les valeurs correspondant aux maxima d'intensité.

I.6 Calculer numériquement la taille ΔX de la tache centrale de diffraction. On prendra les valeurs numériques suivantes : $\lambda = 633$ nm, $a = 200\ \mu$m et $f = 1.5$ m. Quel est le nombre de franges brillantes dans la tache centrale de diffraction ?

I.7 *On ne s'intéresse qu'au seul terme d'interférence* $4I_0\left[\cos(\pi u e)\right]^2$. Montrer que l'intensité peut s'écrire sous la forme : $I(u) = 2I_0(1 + \cos\Phi)$, avec $\Phi = 2\pi\, Xe/\lambda f$.

I.8 Quelle est la position de la frange correspondant à $\Phi = 0$ et quelle est sa nature, sombre ou brillante ? Définir ce qu'est l'interfrange. Exprimer l'interfrange i en fonction de λ, f et e. Calculer numériquement i sachant que $e = 3.5\,a$.

I.9 On place juste avant la fente F_1 un échantillon d'épaisseur $\varepsilon = 10\ \mu\text{m}$ dont on veut mesurer l'indice n. La différence de marche supplémentaire introduite par cet échantillon vaut $n\varepsilon - \varepsilon$. Calculer le nouveau déphasage Φ' et montrer que le système de franges d'interférence subit une translation t selon $O'X$. Calculer l'indice n de l'échantillon si on mesure $t = 9.4$ mm.

II Réseau par transmission. *(3 points)*

On considère un réseau plan constitué d'un arrangement périodique de N fentes parallèles espacées d'un pas constant p. Le réseau est éclairé sous incidence θ_0 par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ. On note θ l'angle sous lequel est diffractée l'onde. Les angles θ_0 et θ sont mesurés par rapport à la normale au réseau.

Donner la relation fondamentale des réseaux en transmission. Combien de faisceaux diffractés d'ordres différents peut–on observer lorsqu'un réseau à 500 traits/mm est éclairé sous incidence normale par une radiation de longueur d'onde 633 nm ? Indiquer l'ordre de chaque faisceau et l'angle correspondant en degrés.