Université Paul Sabatier-Toulouse III **Année 2004-2005**

Licence de Physique-Chimie 2ème année
Examen d'optique du 20 janvier 2005

Les parties A et B sont indépendantes. En plusieurs endroits, il est possible de continuer le problème en admettant le résultat donné dans l'énoncé.

Partie A : optique géométrique (40 mn)

On considère une lunette astronomique, constituée par l'association d'un objectif et d'un oculaire. Tout le système est bien sûr placé dans l'air.

1- Etude de l'oculaire (4 pts)

L'oculaire est formé par l'association de deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2, de distances focales images $f_{i1} = 3a$ et $f_{i2} = a$ respectivement, a étant l'unité de longueur de l'oculaire. La distance entre les centres optiques O_1 et O_2 de ces deux lentilles est égale à $e = \overline{O_1O_2} = 2a$.

1.1 Etablir les éléments de la matrice de transfert $T(\overline{O_1O_2})$ de cet oculaire en fonction de a.

1.2 Déterminer, en fonction de a, la position des plans principaux et des plans focaux. Effectuer les applications numériques avec $a = 2$ cm.

1.3 Par une construction géométrique, trouver les positions du plan focal objet et du plan principal objet de l'oculaire. Repérer ces plans sur la figure par leurs intersections F_0 et H_0 avec l'axe optique.

1.4 Cet oculaire est-il convergent ou divergent ? Justifier la réponse.

2- Etude de la lunette astronomique (4 pts)

On suppose que l'oculaire est réduit à une lentille mince convergente L_2 de centre optique O_2 et de distance focale $f_{i2} = 2$ cm. L'objectif, quant à lui, est formé d'une lentille mince convergente L_1 de centre optique O_1 et de distance focale $f_{i1} = 50$ cm.

2.1 Quelle est la distance l entre les deux lentilles L_1 et L_2 pour que la lunette soit afocale (foyers à l'infini) ? Commenter la réponse.

2.2 Faire un schéma de la lunette, sans respecter l'échelle, et représenter la marche d'un faisceau lumineux non parallèle à l'axe optique (*remarque :* un faisceau est constitué d'au moins deux rayons parallèles).

2.3 Définir le grandissement angulaire G_a de la lunette. Noter sur le schéma de la lunette, les angles intervenant dans la définition de G_a. Calculer G_a en fonction de f_{i1} et f_{i2}.

2.4 A l'œil nu comme à l'entrée de l'objectif de la lunette, le diamètre apparent de la lune vaut 0.5°. Sous quel angle exprimé en degré voit-on la lune à travers l'oculaire ?

Partie B : optique ondulatoire (1h20)

La lunette astronomique est maintenant utilisée pour l'observation d'étoiles. L'objectif de cette lunette est assimilable à une lentille mince convergente L_1 de distance focale image f_{i1}. Compte tenu de l'éloignement, les étoiles sont supposées ponctuelles. La lumière émise par ces étoiles est assimilable, à son arrivée sur L_1, à une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ. Devant la face d'entrée de l'objectif est placé un diaphragme opaque (D) percé d'une ouverture rectangulaire de dimensions ε et b, centrée sur l'axe optique Oz (*cf. figure 1*).

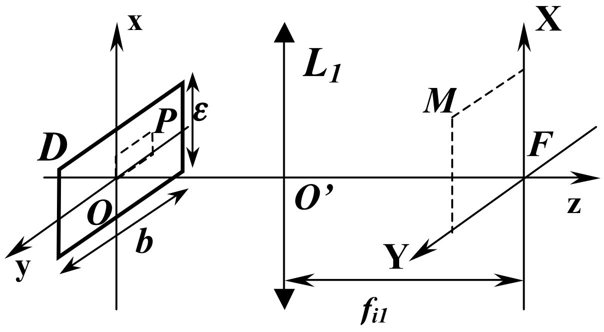

figure 1

1 Figure de diffraction d'une fente (5 pts)

On observe une étoile S_1, située sur l'axe optique de la lunette. L'amplitude réelle de l'onde incidente tombant normalement sur le diaphragme est notée Ψ_0. La lumière diffractée par le diaphragme (D) est étudiée dans le plan focal image FXY de la lentille L_1. La direction de la normale à la surface d'onde diffractée est repérée par le vecteur unitaire $\vec{e}$. Tous les rayons diffractés dans la direction $\vec{e}$ convergent au point courant $M(X,Y)$ du plan focal FXY.

1.1 Donner l'expression de la transmittance en amplitude $\underline{t}(x,y)$ du diaphragme.

1.2 Donner l'expression des fréquences spatiales u et v associées respectivement à X et Y. Montrer que l'amplitude complexe $\underline{\Psi_1}(u,v)$ de l'onde diffractée dans la direction du vecteur unitaire $\vec{e}$ s'écrit :

$$\underline{\Psi_1}(u,v) = \Psi_0 \varepsilon b \frac{\sin(\pi u \varepsilon)}{\pi u \varepsilon} \frac{\sin(\pi v b)}{\pi v b}.$$

1.3 En déduire l'expression de l'intensité lumineuse $I_1(X,Y)$) au point M.

1.4 Les dimensions de l'ouverture rectangulaire du diaphragme sont telles que $\varepsilon << b$ *et* $b >> \lambda$. Montrer que dans ces conditions expérimentales, l'intensité diffractée se réduit à :

$$I_1(X) = I_0 \sin c^2(AX).$$

Donner les expressions de I_0 et de A.

2 Limite de résolution de la lunette (7 pts)

On étudie maintenant la lumière diffractée par le diaphragme (D), pour une étoile S_2 vue sous un angle δ très petit par rapport à l'axe optique de la lunette (*cf. figure 2*). L'amplitude réelle de l'onde incidente tombant sur le diaphragme est notée Ψ_0. Les directions des normales aux surfaces d'onde incidente et diffractée sont repérées par les vecteurs unitaires $\vec{e}_0$ et $\vec{e}$, respectivement.

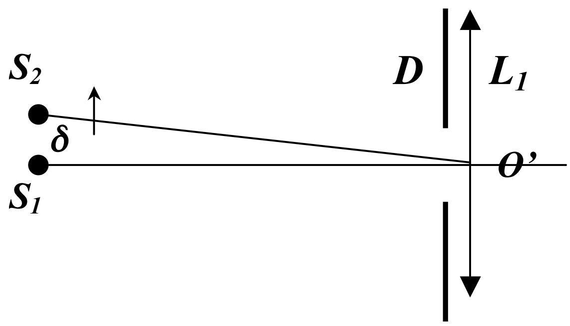

figure 2

Les cosinus directeurs (composantes) des vecteurs unitaires $\vec{e}$ et $\vec{e}_0$ suivant les axes *Ox*, *Oy* et *Oz* sont : $\vec{e}(\alpha,\beta,\gamma)$ et $\vec{e}_0(\alpha_0,\beta_0,\gamma_0)$. On rappelle que si *P* est un point du plan de l'ouverture diffractante (*D*), l'amplitude complexe de l'onde diffractée dans la direction définie par le vecteur $\vec{e}$, s'écrit :

$$\underline{\psi}(\vec{e},\vec{e}_0) = \iint_{(D)} \psi_0 \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda}\,(\vec{e}-\vec{e}_0).\overrightarrow{OP}\right] dxdy$$

2.1 Expliciter le produit scalaire $(\vec{e}-\vec{e}_0).\overrightarrow{OP}$, puis calculer l'amplitude complexe $\underline{\psi}_2(\vec{e},\vec{e}_0)$ de l'onde diffractée dans la direction $\vec{e}$.

2.2 En déduire l'expression de l'intensité diffractée $I_2(\alpha, \beta, \alpha_0, \beta_0)$.

2.3 Donner l'expression de $I_2(X, Y)$ si les dimensions du diaphragme sont telles que $\varepsilon << b$ et $b>>\lambda$.

2.4 Les rayons restant proches de l'axe optique, donner les expressions de α et α_0 en fonction de X, f_{i1} et δ (*cf. figure 2*). Montrer que l'intensité diffractée se réduit alors à :

$$I_2(X) = I_0 \operatorname{sinc}^2\left[B\left(\frac{X}{\delta} - f_{i1}\right)\right]$$

Donner les expressions de I_0 et de B.

2.5 On observe maintenant simultanément deux étoiles S_1 et S_2, S_1 se trouvant sur l'axe optique et S_2 décalée de δ par rapport à l'axe (*cf. figure 2*). Représenter à l'échelle *sur un même graphe* les intensités $I_1(X)/I_0$ et $I_2(X)/I_0$ déterminées précédemment. *Pour chaque courbe*, représenter seulement le pic principal et le premier pic secondaire et préciser la valeur numérique du maximum principal, ainsi que celle de la mi-largeur à la base du pic principal.

On donne : $f_{i1} = 1m$; $\delta = 7,5\,.10^{-4}$ *rad* ; $\varepsilon = 10^{-3}$ *m* ; $\lambda = 0,5$ μm.

2.6 Ecrire l'expression $I(X)$ de la répartition de l'intensité résultante qui est observée. Justifier la réponse. Représenter la courbe $I(X)$ sur le graphe précédent.

2.7 Définir le critère de Rayleigh. Dans ces conditions, calculer le pouvoir séparateur de la lunette correspondant à la plus petite valeur de δ détectable.