

Optique ondulatoire
TD n°7 : Les réseaux

I - Fonction réseau de Fraunhofer

On s'intéresse à la somme \underline{U} des N premiers termes d'une série géométrique de raison $\exp(i\phi)$. Montrer que $|\underline{U}|^2$ est proportionnel à la *fonction réseau* :

$$R(\phi) = \left[\frac{\sin(N\phi/2)}{N \sin(\phi/2)} \right]^2$$

Représenter le graphe de cette fonction périodique et paire en considérant ϕ petit et $N\phi$ soit élevé.

II - Réseau plan par transmission

Un réseau plan est constitué d'un arrangement de N fentes identiques parallèles, de largeur a et distantes de p , appelé pas du réseau. Ce système présente ainsi une transmittance :

$$t(x) = 1 \quad \text{pour } (n-1)p - \frac{a}{2} < x < (n-1)p + \frac{a}{2} \quad \text{où } 1 \leq n \text{ (entier)} \leq N$$

$$t(x) = 0 \quad \text{ailleurs}$$

Ce réseau est éclairé sous incidence θ_i par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ . Le vecteur d'onde incident est noté \mathbf{k}_i (cf. Fig. 1).

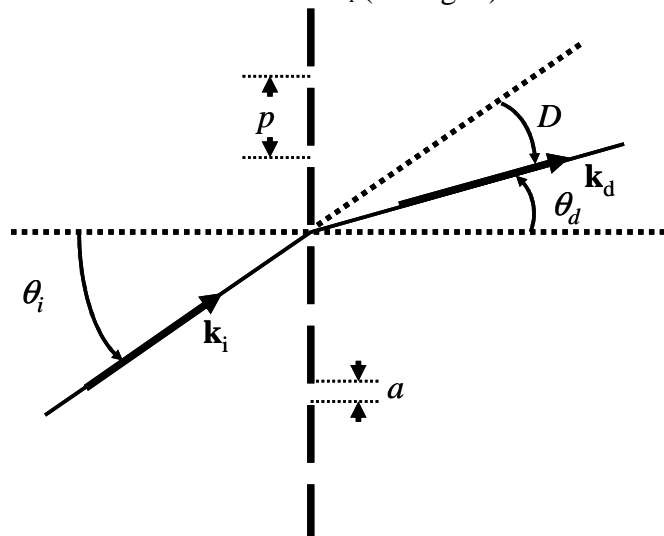


Fig. 1

1. Calculer l'amplitude complexe Ψ de l'onde diffractée dans la direction caractérisée par l'angle θ_d . Le vecteur d'onde de diffraction est noté \mathbf{k}_d . On exprimera le résultat en fonction de la variable u , telle que $u = (\sin\theta - \sin\theta_0)/\lambda$.
2. En déduire l'intensité de l'onde diffractée $I(u)$ et la représenter graphiquement.
3. Exprimer la relation fondamentale du réseau donnant la direction des maxima principaux de lumière. L'ordre sera noté m . Combien d'ordres peut-on observer pour la raie verte d'une lampe à vapeur de mercure ($\lambda = 546,1$ nm) lorsqu'un réseau de pas $p = 1,7$ μm est éclairé en incidence normale?

4. On définit la demi-largeur angulaire à la base $\delta\theta_a$ d'un maximum principal par l'écart angulaire entre la direction du maximum principal et la direction correspondant au premier minimum nul suivant ce maximum. Calculer $\delta\theta_a$.
5. Décrire ce que l'on observe lorsque le réseau est éclairé par une lumière polychromatique.
6. On considère deux radiations de longueurs d'ondes respectives λ et $\lambda + \delta\lambda$.
- Exprimer l'écart angulaire $\delta\theta$ entre les maxima principaux correspondants à ces deux radiations dans le spectre du même ordre m .
 - On considère que deux radiations sont séparables pour un observateur si l'écart angulaire entre leurs maxima principaux est supérieur à la demi-largeur angulaire à la base de ces maxima : $\delta\theta \geq \delta\theta_a$. Calculer le plus petit écart de longueur d'onde $\delta\lambda_0$ entre deux radiations séparables par le réseau. En déduire son pouvoir de résolution $R = \lambda/\delta\lambda_0$.
 - Combien faut-il de fentes pour pouvoir séparer à l'ordre $m = 1$ les différentes raies indigos (433,9 ; 434,7 et 435,8 nm) d'une lampe à vapeur de mercure ? A l'ordre $m = 2$?
7. Montrer que la déviation $D = \theta - \theta_0$ passe par un minimum D_m pour une valeur θ_m de l'angle d'incidence que l'on calculera. Exprimer D_m .