UNIVERSITE PAUL SABATIER **Année 2006/07**
Licence L2S3

Optique géométrique
TD n°2 : dioptres

I- Etude du dioptre sphérique à partir du principe de Fermat.

On considère le dioptre sphérique séparant deux milieux d'indice n_o et n_i (*cf.* figure 1) et un couple de points A_o et A_i conjugués situés sur l'axe *Sz*.

1- ►*Travail personnel :* Montrer que le chemin optique *L* entre A_o et A_i s'écrit :

$$L = n_0 d_0 \left\{1 + 2R\frac{(R+d_0)(1-\cos\phi)}{d_0^2}\right\}^{\frac{1}{2}} + n_i d_i \left\{1 + 2R\frac{(R-d_i)(1-\cos\phi)}{d_i^2}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

où $d_o = \left|\overline{SA_o}\right|; d_i = \left|\overline{SA_i}\right|; R = \left|\overline{SC}\right|$ et $\phi = (CI, CS)$

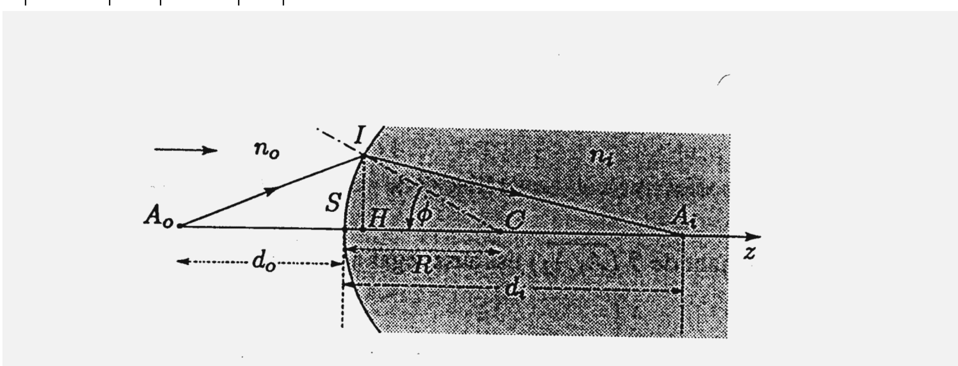

Figure 1

2- En introduisant dans l'expression précédente, les quantités algébriques suivantes, $p_o = \overline{SA_o}$ et $p_i = \overline{SA_i}$ et $\overline{R} = \overline{SC}$, établir que :

(a) le sommet *S* est sa propre image.

(b) le centre *C* est sa propre image.

(c) $L = 0$ pour deux points particuliers, dits de Weierstrass ; les situer par rapport à *S*.

Le dioptre sphérique est rigoureusement stigmatique uniquement pour ces points. Dans le cas général, on se place dans les conditions de Gauss et on se limite au stigmatisme approché.

3- Etablir, dans le cas où tous les angles sont faibles, la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{n_i}{p_i} - \frac{n_0}{p_0} = \frac{n_i - n_0}{\overline{R}} = V$$

II- Etude du dioptre sphérique dans l'approximation de Gauss

Les dioptres sphériques représentés sur la figure 2 ont un rayon $|R| = 5$ cm.

1. Calculer en dioptries la vergence de ces dioptres sphériques.
2. Trouver la position des foyers objet et image à l'aide de la relation de conjugaison.
3. Calculer la position de l'image A_iB_i d'un objet réel A_oB_o, lorsque $SA_o = 2SF_o$.
4. Tracer les constructions correspondant aux cas (a) et (b) à l'échelle 1/2.

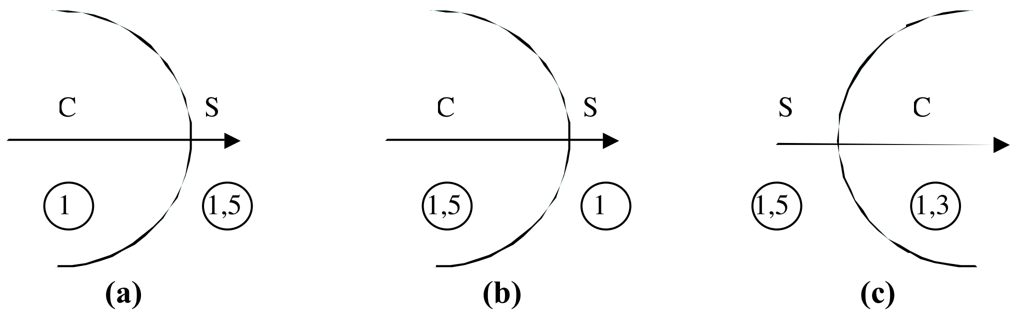

Figure 2

►*Travail personnel* : traiter de cas (c) ; on utilisera une échelle 1/10.

III - Dioptre plan, stigmatisme approché.

On considère que le dioptre séparant les deux milieux d'indice n_o et n_i. est plan.

1. Montrer que le stigmatisme rigoureux est réalisé pour les objets à l'infini.
2. Montrer que, pour un objet à distance finie, le stigmatisme rigoureux n'est pas réalisé ; dans quel cas peut-il y avoir stigmatisme approché ?
3. Dans ce dernier cas, établir la relation de conjugaison entre la position de l'objet $\overline{SA_o}$ et la position de l'image $\overline{SA_i}$. Discuter suivant le rapport n_o/n_i la position de l'image par rapport à celle de l'objet.

IV - ► *Travail personnel* : Exercice tiré de l'examen de septembre 2005

1. Enoncer la loi de la réfraction de Snell-Descartes.
2. Montrer que la position $\overline{HA_i}$ de l'image A_i d'un objet A_o à travers un dioptre plan (*cf.* figure 3) s'écrit $\overline{HA_i} = \overline{HA_o}\dfrac{n_2}{n_1}\dfrac{\cos i_2}{\cos i_1}$.
En déduire que le dioptre plan n'est pas stigmatique pour un couple de points quelconque. Pour quels points le dioptre plan est-il stigmatique ? Justifier les réponses.
3. Sous quelle condition peut-on obtenir le stigmatisme approché ? En déduire alors la relation de conjugaison pour le dioptre plan.
4. En utilisant la construction de Descartes, tracer précisément les rayons incidents et réfractés à travers un dioptre plan séparant l'air (milieu d'incidence) de l'eau (n_2 = 1,33). On prendra $i_1 = 30°$ et $i'_1 = 60°$ comme angles d'incidences. Mesurer les angles avec la normale des rayons réfractés. Vérifier ces valeurs par le calcul.
5. On considère maintenant le cas où le milieu d'incidence est l'eau (n_1 = 1,33). Montrer qu'il existe un angle limite i_{lim} graphiquement (construction de Descartes) et par le calcul. Donner la valeur numérique de i_{lim}. Que se passe-t-il pour un rayon dont l'angle d'incidence est supérieur à i_{lim} ? (réponse i_{lim} =)
6. *Application* : On considère des bateaux représentés schématiquement sur la figure 4. La largeur totale de ces bateaux est $2BI = 6$ m au niveau de la ligne de flottaison. Un exemple de rayon lumineux issu de la quille A est dessiné. Que se passe-t-il pour un rayon issu de A'' sachant qu'un observateur situé sur la berge ne peut voir la quille. Quel est l'angle minimal (angle limite) correspondant à ce cas de figure (rayon issu de A' par exemple) ? Calculer la profondeur

minimale de la quille du bateau pour qu'elle soit vue par l'observateur ? (**réponse** une quille située à plus de 2,63 m sous la surface de l'eau est invisible depuis la berge)

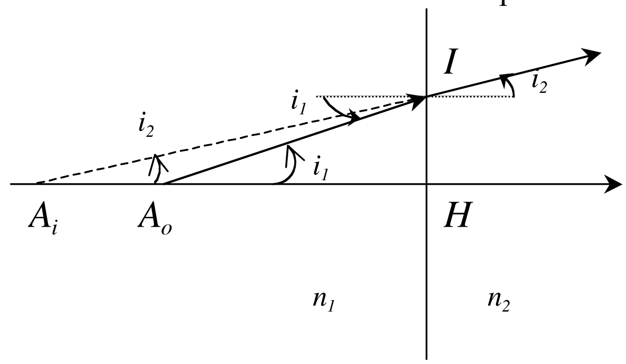

Figure 3.

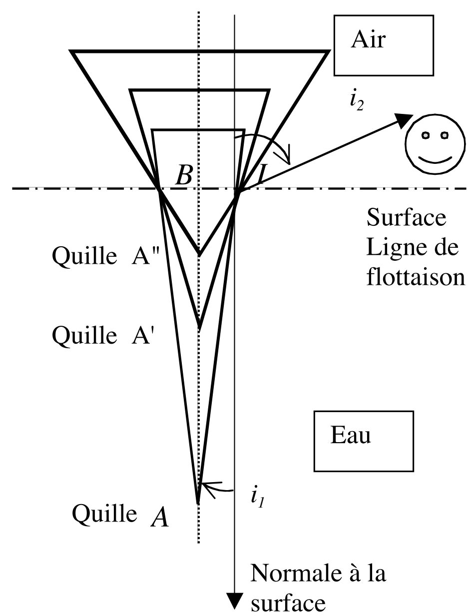

Figure 4 : représentations de voiliers dont la quille est située à différentes profondeurs (la vraisemblance n'est pas respectée). Le rayon incident correspondant au rayon émergent vu par l'observateur est selon *AI*.