UNIVERSITE
PAUL
SABATIER
TOULOUSE III

Licence Physique Chimie et Applications **Année 2006/2007**
L2 Mention physique
2L4PY2M

Examen de Physique quantique

Durée : 1h30
Tout document interdit

EXERCICE n°1

Une théorie physique établit des relations (ou des lois) entre certains de ses concepts de base. Dans ces relations apparaissent des constantes fondamentales liées au choix des unités ($1/4\pi\varepsilon_0$ en électromagnétisme, c en mécanique relativiste, k en thermodynamique statistique, …). L'effet photoélectrique, le rayonnement du corps noir ont fait introduire une nouvelle constante fondamentale $\hbar$, la constante de Planck réduite, qui caractérise la physique quantique.

1. Exprimer la dimension physique de $\hbar$ en fonction
   a. des unités des grandeurs fondamentales du système international (SI),
   b. de l'unité d'énergie et d'une unité à préciser.
   On rappelle la valeur numérique de la constante de Planck $h = 6,62 \times 10^{-34}$ SI.
2. On appelle 'action' toute grandeur ayant la même dimension physique que $\hbar$. Calculer, en unité $\hbar$, l'action associée aux cas suivants :
   a. le mouvement circulaire d'une aiguille de montre fixée en un point O, de masse $0,1$ g et de longueur 5 mm, et qui parcours le cadran en 100 ms. On cherchera à comparer les dimensions physiques du moment cinétique associé au mouvement de l'aiguille et du quantum $\hbar$, le moment d'inertie de l'aiguille par rapport à O valant $ml^2/3$,
   b. une antenne radio de puissance 1 kW et qui émet à 1Mhz,
   c. La collision, dans un tube de Crooks, d'électrons accélérés par une tension de 50000 V sur une plaque de cuivre produisant des rayons X de longueur d'onde 0.16 nm.
3. Des trois cas traités ci-dessus, le(s)quel(s) relève(nt) de la physique quantique ?

EXERCICE n°2

On considère le potentiel $V(x)$ défini par :

$$V(x) = V_0\left(\frac{a^2}{x^2} - 2\frac{a}{x}\right) \qquad \text{pour } x \geq 0,$$

$$V(x) = \infty \qquad \text{pour } x < 0.$$

1. Représenter graphiquement $V(x)$ en fonction de x pour $x \geq 0$.
2. On considère une particule de masse m soumise à ce potentiel $V(x)$ et on pose -pour tout ce qui suit- $V_0\, a^2 = \hbar^2/m$. Ecrire l'équation de Schrödinger correspondant à un état stationnaire d'énergie négative $E = -\varepsilon\ (\varepsilon > 0)$. Chercher une solution de la forme :

$$\phi_0(x) = A\, x^\alpha \exp(-\lambda x) \qquad \text{pour } x \geq 0 \text{ et } A \text{ une constante,}$$

$$\phi_0(x) = 0 \qquad \text{pour } x < 0,$$

i.e., trouver les coefficients α et λ tels que la fonction d'onde $\phi_0(x)$ soit solution de l'équation de Schrödinger. Des deux valeurs α possibles, quelle est celle physiquement acceptable ? Calculer le terme $V_0\, a^2$ (en MeV x cm^2) pour un électron de masse $9{,}1 \times 10^{-31}$ kg. La valeur de la constante de Planck est précisée dans l'exercice *n°1*.

3.

a. Normer la fonction d'onde $\phi_0(x)$ en explicitant la valeur de A.

b. Calculer la valeur moyenne $\bar{x}$ de la coordonnée x en fonction de a.

c. Calculer la valeur moyenne $\bar{p}_x$ de l'impulsion p_x.

On donne $\int_0^\infty x^n \exp(-px)dx = \frac{n!}{p^{n+1}}$