

## Examen de Physique quantique

Seconde Session 1h30 - tout document interdit

### A. Questions de cours :

1. Rappeler, figure à l'appui, l'expérience de Davisson et Germer. Quel phénomène physique met-elle en évidence ? Sous quelle tension faut-il accélérer un électron pour que sa longueur d'onde soit comparable à une distance interatomique (0.2 nm) ?
2. Qu'appelle-t-on catastrophe ultraviolette ? Qu'a permis de mettre en évidence l'étude du rayonnement du corps noir ?
3. Rappeler le postulat de quantification dans le modèle de l'atome d'hydrogène de Bohr.

### B. Problème

On considère un puits quantique de profondeur finie et ultramince formé de deux matériaux semiconducteurs, le germanium et le silicium (figure ci-dessous). Dans le cas où l'épaisseur  $a$  du puits quantique est très petite ( $a \rightarrow 0$ ) on peut montrer que la fonction d'onde électronique décrivant le seul état stationnaire lié de ce système est donnée par :

$$\varphi(z) = A \exp(-\alpha|z|)$$

où  $\alpha$  est un paramètre réel positif et  $A$  l'amplitude de la fonction d'onde.

1. Expliquer pourquoi cette fonction d'onde décrit bien un état lié.
2. L'énergie potentielle  $U(z)$  est nulle dans le puits ultramince et prend la valeur  $U_0 > 0$  hors du puits. En utilisant, dans la région  $z > a$ , l'équation de Schrödinger pour un état stationnaire d'énergie  $E < U_0$ , donner l'expression de  $\alpha$  en fonction de  $U_0$  et  $E$ .
3. Ecrire l'équation de normalisation de la fonction d'onde, en considérant que l'épaisseur du puits est négligeable devant  $1/\alpha$ . En déduire la valeur de  $A$  en fonction de  $\alpha$ . Tracer la densité de probabilité de présence en faisant apparaître sa valeur en  $z = 0$  ainsi que le paramètre  $\alpha$  sur l'axe des  $z$ .
4. Montrer que la fonction  $\varphi(z)$  n'est pas une fonction propre des opérateurs impulsion  $p$  et position  $z$ .
5. Calculer la valeur moyenne de  $p$ .
6. Calculer la valeur moyenne de la position  $z$ , de  $z^2$ . Montrer que l'écart quadratique moyen  $\Delta z$  vaut  $\frac{1}{\alpha\sqrt{2}}$ .

