UNIVERSITE PAUL SABATIER
TOULOUSE III

année 2003/2004

Licence Physique Chimie et Applications
Mention physique
L2

Examen de Physique Quantique

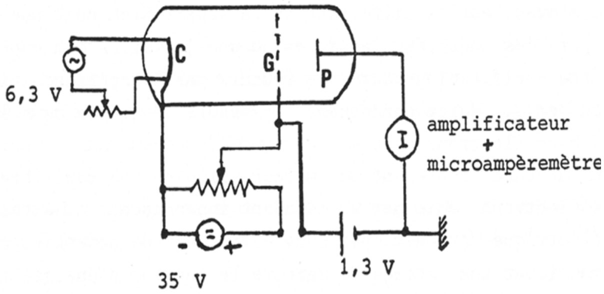
Session de Septembre

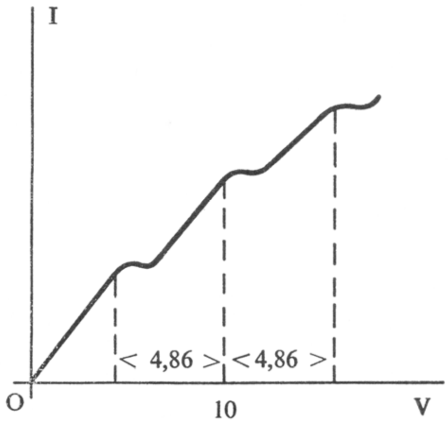
Durée 1h30 – tous documents interdits

Question de cours : tube de Franck et Hertz

Dans cette expérience, le tube comprend trois électrodes cylindriques concentriques (voir schéma ci-dessous). La cathode *C*, à chauffage indirect, source d'électrons, est entourée d'une grille accélératrice *G* portée à un potentiel réglable. Cette grille est elle-même entourée d'une plaque collectrice *P*, portée à un potentiel très légèrement négatif par rapport à celui de la grille.

Le tube à vide contient une goutte de mercure. Il peut être chauffé à des températures différentes pour faire varier la pression de vapeur de mercure, et donc le nombre d'atomes de mercure par unité de volume.





L'expérience consiste à mesurer le courant *I* du circuit de la plaque collectrice en fonction de la ddp *V* entre la cathode et la grille.

1. Décrire en quelques lignes le phénomène physique mis en évidence à l'échelle atomique par cette expérience.
2. Après avoir reproduit sur la copie la caractéristique courant-tension, faire apparaître les zones où les électrons subissent des chocs élastiques uniquement, et celles où ils peuvent subir des chocs inélastiques avec les atomes de mercure.
3. Au cours de l'expérience, une lumière *UV* est émise. Donner sa longueur d'onde.
4. La position relative des maxima locaux est-elle influencée par la température ? Justifier.

Exercice : Atome d'hydrogène

A/

1. Rappeler l'expression du Hamiltonien $\hat{H}$ pour l'atome d'hydrogène ainsi que les valeurs propres des opérateurs $\hat{H}$, $\hat{L}^2$ et $\hat{L}_z$ associées aux états propres Ψ_{nlm}.
2. Quelle valeur peut prendre le nombre quantique *n* ? Pour un *n* donné, quelle valeur peut prendre le nombre quantique *l* ? Pour un *l* donné, quelle valeur peut prendre le nombre quantique *m*?

B/ Soit la fonction d'onde Ψ_{1s} de l'atome d'hydrogène :

$$\Psi_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right),$$

où r désigne la distance de l'électron au noyau et a_0 le rayon de la première orbite de Bohr ($a_0 = 0{,}53$ Å).

1. Ecrire la densité volumique $\rho_{v\,1s}(r,\theta,\varphi)$ et la densité radiale $\rho_{r\,1s}(r)$ de probabilité de présence pour l'état *1s*.
2. Déduire de cette dernière les valeurs moyennes $< r >$, $< r^2 >$, ainsi que l'écart type Δr pour l'état *1s*.
3. Calculer la distance au noyau où la densité radiale de probabilité de présence est maximale.
4. Donner la valeur des nombres quantiques n, l, m pour cet état.

C/ Soit la fonction d'onde Ψ_{2s} :

$$\Psi_{2s} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi a_0^3}}\left(2 - \frac{r}{a_0}\right)\exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right).$$

1. Ecrire la densité radiale $\rho_{r\,2s}(r)$ de probabilité de présence pour l'état *2s*.
2. Déduire de cette dernière les valeurs moyennes $< r >$, $< r^2 >$, ainsi que l'écart type Δr pour cet état *2s*.
3. Donner la valeur des nombres quantiques pour ce même état.

D/ Les états *2p* de l'atome d'hydrogène sont au nombre de trois. Leurs fonctions d'onde normées sont respectivement :

$$\Psi_{2p\,1} = -\frac{1}{\sqrt{64\pi a_0^5}}\, r\sin\theta\, \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right)\exp(i\varphi)$$

$$\Psi_{2p\,2} = \frac{1}{\sqrt{32\pi a_0^5}}\, r\cos\theta\, \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right)$$

$$\Psi_{2p\,3} = \frac{1}{\sqrt{64\pi a_0^5}}\, r\sin\theta\, \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right)\exp(-i\varphi)$$

On rappelle également que l'opérateur $\hat{L}_z$, opérateur projetée du moment cinétique suivant l'axe des z, est donné en coordonnées sphériques $\hat{L}_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}$.

1. Appliquer cet opérateur $\hat{L}_z$ à chacun des trois états $\psi_{2p\,1}$, $\psi_{2p\,2}$ et $\psi_{2p\,3}$ pour obtenir les valeurs propres correspondantes.
2. Associer chacune de ces fonctions $\psi_{2p\,1}$, $\psi_{2p\,2}$ et $\psi_{2p\,3}$ à un état particulier Ψ_{nlm} . Donner *explicitement* les valeurs de n, l et m.
3. Le comportement d'un électron est décrit par une fonction d'onde $\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_{2p\,1} + \Psi_{2p\,3})$. Dans cet état, on mesure le moment cinétique. Quelle valeur propre trouve-t-on ?
4. On s'intéresse enfin à la projetée du moment cinétique suivant l'axe des z. Quelles sont les résultats possibles de la mesure expérimentale de L_z pour cet état Φ, et quelles sont les probabilités d'obtenir chacun de ces résultats de mesure ? Calculer la valeur moyenne de $< L_z >$.

On rappelle :

-l'intégrale $\int_0^\infty r^n \exp(-ar)\,dr = \frac{n!}{a^{n+1}}$ avec a > 0 et n entier > -1.