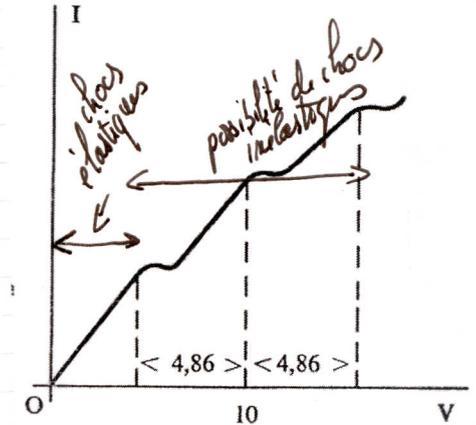


Question de cours : tube de Franck et Hertz

1) Phénomène physique : quantification de l'énergie dans les atomes (ici Hg)
2)

Expérience de Frank et Hertz.

Lorsque V croît à partir de zéro, le courant I croît; les électrons parviennent à la grille avec une énergie croissante eV . Quand eV atteint l'écart $E_2 - E_1$ entre deux niveaux atomiques du mercure, les atomes voisins de la grille absorbent l'énergie des électrons pour effectuer une transition; les électrons émis atteignent la grille avec une énergie nulle et ne sont plus collectés par la plaque : le courant chute brutalement. Si V continue à croître, les électrons perdent leur énergie par le mécanisme précédent à un endroit situé de plus en plus en avant de la grille. Ils peuvent alors être accélérés entre ce point et la grille où ils parviennent avec une certaine énergie; le courant croît de nouveau jusqu'à ce que eV atteigne $2(E_2 - E_1)$, valeur pour laquelle les électrons émis par la cathode possèdent l'énergie nécessaire pour exciter deux transitions avant d'atteindre la grille où ils arrivent avec une énergie nulle; et ainsi de suite.



3) Lumière UV $\Delta E = h\nu = E_2 - E_1$
 $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{\Delta E}$ AN: $\lambda = 2551 \text{ \AA}$

4) Positions des maxima locaux non affectées par la ΔT
 ↳ caractéristique intrinsèque de l'atome Hg et non de son environnement.

Atome d'hydrogène

A) 1) Hamiltonien $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$
 Valeurs propres $\hat{H} : E_n = -\frac{13.6}{n^2} \text{ (eV)}$
 $\hat{L}^2 : \ell(\ell+1)\hbar^2$
 $\hat{L}_z : m\hbar$

2) $m \in \mathbb{N}^*$
 $0 \leq \ell \leq m-1$
 $-\ell \leq m \leq +\ell$

B]

$$\psi_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}$$

$$a_0 = 0,53 \text{ \AA} \quad \text{fel. normé}$$

②

1) Densité volumique $\rho_{v1s}(r, \theta, \varphi) = |\psi_{1s}|^2 = \frac{1}{\pi a_0^3} e^{-\frac{2r}{a_0}}$

Densité radiale $\rho_{r1s}(r) = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \rho_{v1s}(r, \theta, \varphi) r^2 \sin\theta d\theta d\varphi$
 $= 4\pi r^2 \rho_{v1s}(r)$

2) $\langle r \rangle, \langle r^2 \rangle, \Delta r$

$$\langle r \rangle = \int_0^\infty r \rho_{r1s}(r) dr = \frac{1}{\pi a_0^3} \cdot 4\pi \int_0^\infty r^3 e^{-\frac{2r}{a_0}} dr = \frac{3}{2} a_0$$

$$\langle r^2 \rangle = \int_0^\infty r^2 \rho_{r1s}(r) dr = \frac{1}{\pi a_0^3} \cdot 4\pi \int_0^\infty r^4 e^{-\frac{2r}{a_0}} dr = 3 a_0^2$$

$$\rightarrow (\Delta r)^2 = \langle r^2 \rangle - \langle r \rangle^2 = \frac{3}{4} a_0^2 \Rightarrow \Delta r = \frac{a_0 \sqrt{3}}{2}$$

3) Distance au noyau où la densité radiale de probabilité de présence est maximale.

$$\frac{d\rho_{r1s}(r)}{dr} = \frac{4}{a_0^3} r e^{-\frac{2r}{a_0}} \left[1 - \frac{r}{a_0} \right] = 0 \Rightarrow r = a_0$$

4) Nombres quantiques n, l, m $\begin{cases} n=1 \\ l=0 \\ m=0 \end{cases}$

C] $\psi_{2s} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi} a_0^3} \left(2 - \frac{r}{a_0} \right) e^{-r/2a_0}$

1) Densité radiale $\rho_{r2s}(r) = 4\pi r^2 \rho_{v2s}(r) = \frac{4\pi r^2}{32\pi a_0^3} \left(2 - \frac{r}{a_0} \right)^2 e^{-\frac{r}{a_0}}$

2) $\langle r \rangle, \langle r^2 \rangle$ et Δr

$$\begin{aligned} \langle r \rangle &= \int_0^{\infty} r \rho_{r2s}(r) dr = \frac{1}{8a_0^3} \int_0^{\infty} r^3 \left(2 - \frac{r}{a_0}\right)^2 e^{-r/a_0} dr \\ &= \frac{1}{8a_0^3} \left\{ \underbrace{4 \int_0^{\infty} r^3 e^{-r/a_0} dr}_{4 \times 3! a_0^4 = 24a_0^4} + \underbrace{\frac{1}{a_0^2} \int_0^{\infty} r^5 e^{-r/a_0} dr}_{\frac{1}{a_0^2} \times 5! a_0^6 = 120a_0^4} - \underbrace{\frac{4}{a_0} \int_0^{\infty} r^4 e^{-r/a_0} dr}_{\frac{4}{a_0} \times 4! a_0^5 = 96a_0^4} \right\} \\ &= 6a_0 \end{aligned}$$

de même $\langle r^2 \rangle = \int_0^{\infty} r^2 \rho_{r2s}(r) dr = \frac{1}{8a_0^3} \int_0^{\infty} r^4 \left(2 - \frac{r}{a_0}\right)^2 e^{-r/a_0} dr = 42a_0^2$

$$(\Delta r)^2 = 42a_0^2 - (6a_0)^2 = 6a_0^2 \Rightarrow \Delta r = a_0 \sqrt{6}$$

3) nombres quantiques $\begin{cases} m=2 \\ \ell=0 \\ m=0 \end{cases}$

D) Etats ψ_p .

$$\begin{cases} \psi_{2p1} = -\frac{1}{\sqrt{64\pi a_0^5}} r \sin \Theta e^{-r/2a_0} e^{i\varphi} \\ \psi_{2p2} = +\frac{1}{\sqrt{32\pi a_0^5}} r \cos \Theta e^{-r/2a_0} \\ \psi_{2p3} = +\frac{1}{\sqrt{64\pi a_0^5}} r \sin \Theta e^{-r/2a_0} e^{-i\varphi} \end{cases} \quad \text{et } \hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}$$

$$\left. \begin{aligned} 1) \hat{L}_z \psi_{2p1} &= -i\hbar \times i \psi_{2p1} = \hbar \psi_{2p1} & m=1 \\ \hat{L}_z \psi_{2p2} &= -i\hbar \times 0 \psi_{2p2} = 0 \psi_{2p2} & m=0 \\ \hat{L}_z \psi_{2p3} &= -i\hbar \times -i \psi_{2p3} = -\hbar \psi_{2p3} & m=-1 \end{aligned} \right\} \ell=1$$

2) $\psi_{2p1} \equiv \psi_{211}$
 $\psi_{2p2} = \psi_{210}$
 $\psi_{2p3} = \psi_{21-1}$

$$3) \quad \phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_{2p1} + \Psi_{2p3}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_{211} + \Psi_{21-1}) \quad (4)$$

Resue du moment cinétique

$$\langle \phi | \hat{L}^2 | \phi \rangle = \hbar^2 \quad \Rightarrow \quad \ell = 1 \quad m^2 \text{ états propres de } m^2 \text{ cinétique}$$

$$\langle \phi | \hat{L}_z | \phi \rangle = \frac{1}{2} \hbar^2 \phi \quad \Rightarrow \quad \text{valeur propre de } m^2 \text{ cinétique } \sqrt{2} \hbar$$

4) Composante \hat{L}_z

2 possibilités

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_{211} \rightarrow +\hbar \\ \Psi_{21-1} \rightarrow -\hbar \end{array} \right\} \text{ equiprobables sont } P = \frac{1}{2}$$

$$\langle \hat{L}_z \rangle = \frac{1}{2} \hbar - \frac{1}{2} \hbar = 0$$