

Partiel de Physique quantique du jeudi 23 mars

Durée : 1h30 - tout document interdit – les questions sont indépendantes.

Exercice 1. Dans un cristal de cuivre, les électrons de conduction –supposés non relativistes– ont une énergie cinétique E_e de 7 eV.

1. Rappeler la relation de Broglie qui donne la longueur d'onde λ_{DB} associée à une particule matérielle d'impulsion p . La calculer numériquement pour les électrons de conduction du cuivre.

On rappelle que la masse de l'électron et la constante de Planck valent respectivement $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg et $h = 6,62 \times 10^{-34}$ J s.

2. Evaluer d , la distance entre atomes dans le cristal de cuivre de masse volumique $\rho = 8,9 \times 10^3$ kg m⁻³. On fera l'hypothèse que les atomes de cuivre sont organisés en un réseau cristallin cubique simple dont la maille élémentaire est un cube de côté d aux sommets duquel sont localisés les atomes de cuivre. Comparer d à λ_{DB} . Conclusion ?

On donne la masse d'un atome de cuivre : $m_{Cu} = 1,06 \times 10^{-25}$ kg

Exercice 2. On considère un tube de télévision à rayons cathodiques dans lequel le faisceau d'électrons a pour intensité $I_e = 3\mu\text{A}$. Les électrons, de masse $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg et de charge $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C, sont accélérés sous une différence de potentiel $U_e = 2,6$ kV. Le faisceau d'électrons est supposé filiforme, i.e. *unidimensionnel*. Au cours de leur collision sur le phosphore du tube, les électrons donnent naissance à des photons. Le rendement de conversion d'un électron *en une gerbe de photons* est de $1/60$ en énergie. Les photons produits sont monochromatiques, et $\lambda = 0,375$ μm .

1. Calculer le nombre d'électrons n que délivre le faisceau *par seconde*.
2. Quelle est l'énergie cinétique E_e de chacun des électrons du faisceau ? Calculer $n_{photons}$, le nombre de photons produits par un unique électron. En déduire le nombre de photons $N_{photons}$ produits *par seconde* par le faisceau.
3. Calculer la vitesse v_e des électrons.
4. A partir du résultat des questions précédentes, calculer la distance moyenne d_{moy} entre deux électrons consécutifs dans le faisceau.
5. On suppose que le faisceau d'électrons n'est pas parfaitement monocinétique et que la variation relative $\Delta p / p$ de l'impulsion est de l'ordre de 10^{-4} . Calculer Δp .
6. En déduire une limite supérieure pour l'étalement Δx du paquet d'onde associé à chaque électron. Si l'on compare cet étalement avec la distance moyenne d_{moy} , que peut-on conclure sur une éventuelle interférence des électrons entre eux ?

Exercice 3. On considère une boîte cubique, de côté L , dans laquelle l'énergie potentielle est constante -prise par convention égale à zéro- l'énergie potentielle étant infinie à l'extérieur. Une particule, de masse m , est enfermée dans cette boîte.

1. Après avoir rappelé l'expression des énergies des états stationnaires pour un puits infiniment profond, unidimensionnel et de largeur L , donner les deux premiers niveaux d'énergie du système tridimensionnel, E_1 (fondamental) et E_2 (1^{er} état excité). Quelle est la dégénérescence de ces deux niveaux ?

2. Lorsque dans un cristal cubique, tel $NaCl$, un ion négatif est éjecté (par exemple sous l'effet d'une irradiation aux rayons X), cet ion laisse une lacune très électronégative, et donc susceptible de capturer un électron. Une telle lacune, occupée par un électron, s'appelle « *centre F* » ou « *centre coloré* ». Lorsque le cristal est illuminé, on constate la présence d'une raie d'absorption lumineuse qui correspond à l'absorption de photons d'énergie ε . En première approximation, la lacune d'un « *centre F* » peut-être assimilée à une boîte cubique, de côté L , telle celle étudiée en 1. (voir figure 1, ci-dessous). Un électron de cette boîte est susceptible d'occuper les niveaux E_1 et E_2 calculés précédemment. On suppose que l'absorption de la lumière est due à l'excitation des électrons des « *centres F* », de leur niveau fondamental vers leur premier état excité. Calculer l'énergie des photons absorbés et montrez que cette énergie est compatible avec la loi de Mollwo-Ivey: $\varepsilon = KL^n$. Quelles sont les valeurs théoriques $K_{théo}$ et $n_{théo}$ de K et n ?
3. La largeur L de la boîte cubique (que l'on suppose égale au paramètre de maille du réseau cubique considéré) est représentée en fonction de l'énergie ε des photons absorbés pour divers halogénures d'alcalins, voir figure 2. Montrer que ces données expérimentales sont également compatibles avec la loi de Mollwo-Ivey. Déterminer les valeurs expérimentales K_{exp} et n_{exp} des constantes K et n . Comparer les valeurs expérimentales et théoriques de ces deux coefficients. Pouvez-vous justifier un éventuel désaccord?

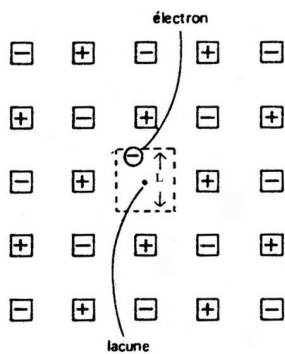


Figure 1

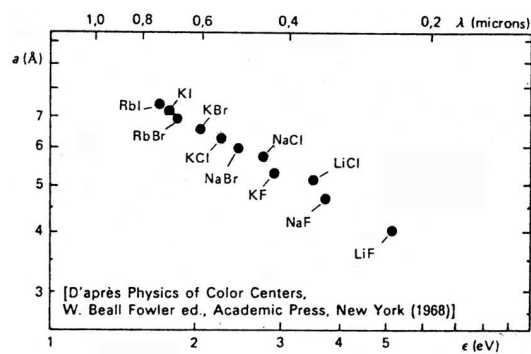


Figure 2

[D'après Physics of Color Centers, W. Beall Fowler ed., Academic Press, New York (1968)]