

Partiel de Physique quantique du vendredi 25 mars

Durée : 1h30

Tout document interdit – les questions sont largement indépendantes

Exercice 1

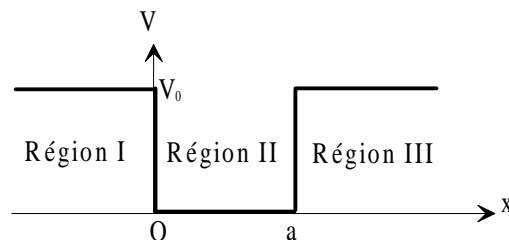
1. Calculer la longueur d'onde de *de Broglie* associée à une molécule d'oxygène O_2 dont l'énergie cinétique est assimilable à $\frac{3}{2}k_B T$ -énergie moyenne-, dans un gaz à la température ambiante $T = 300 K$.

On rappelle les constantes de Boltzmann $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} J K^{-1}$, de Planck $h = 6,62 \cdot 10^{-34} J s$, ainsi que la masse molaire du dioxygène $32 g mol^{-1}$.

2. Même question pour un neutron thermique de masse $1,67 \cdot 10^{-27} kg$. Doit-on s'attendre à observer des effets quantiques importants si on envoie un faisceau de neutrons sur un cristal de nickel dont la distance réticulaire vaut $2,15 \text{ \AA}$?

Exercice 2

On considère une particule de masse m , d'énergie E dans un puits de potentiel à une dimension x que l'on suppose -dans un premier temps- de profondeur finie V_0 (voir figure ci-dessous), puis infiniment profond dans la question 3. Dans le cadre de cet exercice, on ne s'intéresse qu'aux états *liés* de ce système, soit à des énergies $E < V_0$.



1. Le potentiel étant stationnaire, nous cherchons les états $\Psi(x,t)$ sous la forme $\Psi(x,t) = \varphi(x) \exp(-iEt/\hbar)$. Ecrire l'équation de Schrödinger pour la fonction propre $\varphi(x)$, et ceci pour les trois régions de l'espace. On posera $K^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(V_0 - E)$ et $k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}E$.
2. Donner la forme générale des solutions de cette équation pour les trois régions de l'espace x , en se souvenant que la probabilité de présence de la particule doit rester bornée en tout point.
3. Le puits étant dorénavant supposé de *profondeur infinie*, réécrire la forme générale de $\varphi(x)$ pour les trois régions de l'espace. En tenant compte de la continuité de la fonction $\varphi(x)$ aux interfaces $x = 0$ et $x = a$, montrer que cette dernière se met sous la forme $\varphi_l = A \sin(k_l x)$ à l'intérieur du puits.

On précisera le module du vecteur d'onde k_l , les valeurs prises par le nombre quantique l , ainsi que l'énergie E_l de la particule dans le puits infini.

4. Après avoir exprimé la densité de probabilité de présence de la particule en fonction de x , montrer que le module de l'amplitude $|A|$ vaut $\sqrt{2/a}$.
On rappelle la relation trigonométrique $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.