UNIVERSITE PAUL SABATIER

TOULOUSE III

Licence Physique Chimie et Applications
L2 Mention physique

Année 2005/2006

Examen de Physique quantique du mardi 27 juin

Durée : 1h30 - tout document interdit – les 2 exercices sont indépendants.

Questions de cours

1. Rappeler trois expériences qui ont mis en évidence la dualité onde-corpuscule.
2. Donner l'expression des inégalités d'Heisenberg ; expliquer leur signification ; expliquer leur origine.

Exercice 1. On considère une boîte cubique, de côté L, dans laquelle l'énergie potentielle est constante -prise par convention égale à zéro- l'énergie potentielle étant infinie à l'extérieur. Une particule, de masse m est enfermée dans cette boite.

1. Rappeler l'expression de l'énergie d'une particule piégée dans un puits de potentiel de profondeur infinie, unidimensionnel et de largeur L.
2. En déduire l'expression des niveaux d'énergie de la particule piégée dans la boîte cubique ci-dessus. Donner les deux premiers niveaux d'énergie du système, E_1 (fondamental) et E_2 (1er état excité). Quelle est la dégénérescence de ces deux niveaux ?
3. Lorsque dans un cristal cubique, tel $NaCl$, un ion négatif est éjecté (par exemple sous l'effet d'une irradiation aux rayons X), cet ion laisse une lacune très électronégative, et donc susceptible de capturer un électron. Une telle lacune, occupée par un électron, s'appelle « *centre F* » ou « *centre coloré* ». Lorsque le cristal est illuminé, on constate la présence d'une raie d'absorption lumineuse qui correspond à l'absorption de photons d'énergie ε. En première approximation, la lacune d'un « *centre F* » peut-être assimilée à une boîte cubique, de côté L, telle celle étudiée en 1. (voir figure 1, ci-dessous). Un électron de cette boîte est susceptible d'occuper les niveaux E_1 et E_2 calculés précédemment. On suppose que l'absorption de la lumière est due à l'excitation des électrons des « *centres F* », de leur niveau fondamental vers leur premier état excité. Calculer l'énergie des photons absorbés et montrez que cette énergie est compatible avec la loi de Mollwo-Ivey: $\varepsilon = KL^n$. Quelles sont les valeurs théoriques $K_{théo}$ et $n_{théo}$ de K et n?
4. La largeur L de la boite cubique (que l'on suppose égale au paramètre de maille a du réseau cubique considéré) est représentée en fonction de l'énergie ε des photons absorbés pour divers halogénures d'alcalins, voir figure 2. Montrer que ces données expérimentales sont compatibles avec la loi de Mollwo-Ivey. Déterminer les valeurs expérimentales K_{exp} et n_{exp} des constantes K et n. Comparer les valeurs expérimentales et théoriques de ces deux coefficients. Pouvez-vous justifier un éventuel désaccord?

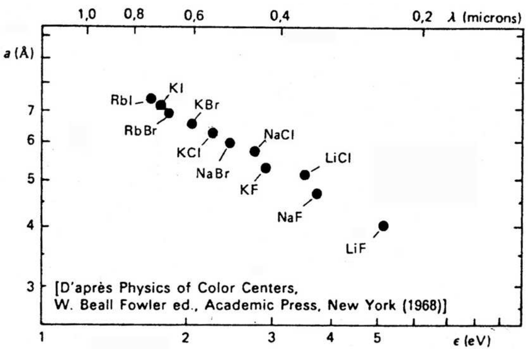

Figure 2

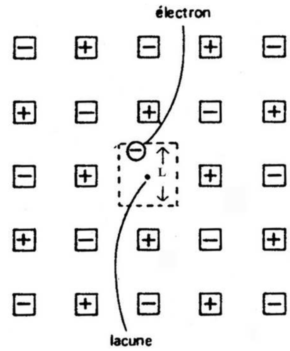

Figure1

Constante de Planck : $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ *Js.* Masse de l'électron : $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ *kg*

Exercice 2. On considère un oscillateur harmonique de masse *m* et de pulsation propre ω.

1. Rappeler l'expression du Hamiltonien associé à cet oscillateur.
2. Vérifier que la fonction d'onde $\Phi(x,t) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right)\exp\left(-i\frac{E}{\hbar}t\right)$ est solution de l'équation de Schrödinger pour les états stationnaires. Quelle est l'énergie *E* de cet état stationnaire ?
3. Démontrer l'expression du facteur contrôlant l'amplitude de Φ(x,t).
4. Calculer $\langle x \rangle$, valeur moyenne de l'abscisse *x* de l'oscillateur, pour cet état stationnaire.

On donne : $$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2)dx = \sqrt{\pi}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 \exp(-x^2)dx = \sqrt{\pi}/2$$