Exercice 1 :

1) Energie $E_\ell = \dfrac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} \ell^2$ 1

2) Boîte cubique $E(l_x, l_y, l_z) = \dfrac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}(l_x^2 + l_y^2 + l_z^2)$ 1

niveau fondamental : E_1 $\quad l_x = l_y = l_z = 1 \Rightarrow E_1 = \dfrac{3\hbar^2\pi^2}{2mL^2}$ 0,5 deg 1 0,5

1er état excité E_2 $\quad l_x = l_y = 1 ; l_z = 2$ + permutations $\Rightarrow E_2 = \dfrac{6\hbar^2\pi^2}{2mL^2}$ 0,5 deg 3 0,5

3) Centre F

Energie des photons absorbés $\mathcal{E} = \hbar\Omega = E_2 - E_1 = (6-3)\dfrac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2} = \underbrace{\left(\dfrac{3\hbar^2\pi^2}{2m}\right)}_{K_{théo}} L^{-2}$ 1

En assimilant $\Rightarrow K_{théo} = \dfrac{3\hbar^2\pi^2}{2m}$ 0,5

$\Rightarrow n_{théo} = -2$ 0,5

4) Variation linéaire de $a(L) = fct(\mathcal{E})$ en représentation log/log

$\mathcal{E} = K_{exp} a^{n_{exp}}$

$\ln(\mathcal{E}) = \ln(K_{exp} a^{n_{exp}}) = \ln K_{exp} + n_{exp} \ln a$ droite 1

2 pts extrêmes de la courbe $\ln \mathcal{E}_1 = \ln K_{exp} + n_{exp} \ln a_1$

$\ln \mathcal{E}_2 = \ln K_{exp} + n_{exp} \ln a_2$

$\Rightarrow n_{exp} = \dfrac{\ln \mathcal{E}_1 - \ln \mathcal{E}_2}{\ln a_1 - \ln a_2}$ 0,5

AN : $n_{exp} = \dfrac{\ln 2{,}25 - \ln 5{,}1}{\ln 6{,}25 - \ln 4} \sim -1{,}83$ proche de 2

réinjecté $\Rightarrow \ln K_{exp} = \ln \mathcal{E}_1 - n_{exp} \ln a_1$

$\sim 4{,}17 \Rightarrow K_{exp} \sim 64{,}8$ 0,5

Compa théo/exp. $K_{théo} = \dfrac{3}{2}\dfrac{\hbar^2\pi^2}{m} \sim 1{,}81\,10^{-37}$ SI $= 112{,}73$ si $\begin{cases} L \text{ en Å} \\ \mathcal{E} \text{ en eV} \end{cases}$

$K_{théo} \neq K_{exp}$ car puits profondeur fini en réalité

un facteur 2 !

1

Exercice 2 : 7pts

1pt		1) $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$
3pts	1pt	2) $\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{m\omega}{\hbar} x\,\phi$ $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -\frac{m\omega}{\hbar}\phi + \frac{m^2\omega^2}{\hbar^2}x^2\phi$
	1pt	$\hat{H}\phi = \frac{\hbar\omega}{2}\phi - \frac{1}{2}m\omega^2x^2\phi + \frac{1}{2}m\omega^2x^2\phi = \frac{\hbar\omega}{2}\phi$
	1 pt	$\hat{H}\phi = E\phi$ $\Rightarrow E = \frac{1}{2}\hbar\omega$ (donner 1pt pour ce résultat, même s'il est donné à partir des connaissances de cours et sans démonstration
2pts	1 pt	3) $\phi(x,t) = A\exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right)\exp\left(-i\frac{E}{\hbar}t\right)$ doit être normée à l'unité $\rightarrow \int_{-\infty}^{\infty}\phi^*(x,t)\,\phi(x,t)\,dx = 1$ $\Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty}\lvert A\rvert^2\exp\left(-\frac{m\omega}{\hbar}x^2\right)dx = 1$
	1 pt	$\Rightarrow \lvert A\rvert^2\left(\frac{\hbar}{m\omega}\right)^{1/2}\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}e^{-y^2}dy}_{\sqrt{\pi}} = 1 \rightarrow \lvert A\rvert^2\left(\frac{\pi\hbar}{m\omega}\right)^{1/2} = 1$ $\lvert A\rvert = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4}$
1pt		4) $\langle x\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x\,\phi^*(x,t)\,\phi(x,t)\,dx = \int_{-\infty}^{\infty}\underbrace{x\left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/2}\exp\left(-\frac{m\omega}{\hbar}x^2\right)}_{\text{fonction impaire}}dx = 0$